

การแปลงรูปหลายเหลี่ยมสามมิติ ให้เป็นรูปเรขาคณิตปฐมฐาน ด้วยเรบกราฟ

ทรงพล อัตตสิริลักษณ์^{1*}, พิษณุ คนองชัยยศ²

ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพฯ ประเทศไทย 10330

E-mail : songpolatt@gmail.com^{1*} , pizzanu@cp.eng.chula.ac.th²

บทคัดย่อ

ในโลกเสมือนการแทนวัตถุสามมิติจะใช้เรขาคณิตปฐมฐานสามมิติ เช่น ลูกบาศก์ ทรงกลม ทรงกระบอก เป็นต้น ซึ่งไม่เหมือนกับโปรแกรมที่ใช้งานทั่วไปที่ใช้การแทนวัตถุสามมิติแบบเมช ดังนั้นการแปลงวัตถุสามมิติแบบเมชเป็นปฐมฐานจะทำให้ลดภาระและค่าใช้จ่ายในการสร้างวัตถุสามมิติขึ้นมาใหม่ในโลกเสมือน งานวิจัยนี้ได้ใช้เรบกราฟโดยมีระยะทางจีโอเดสิกเฉลี่ยเป็นมอร์สฟังก์ชันในการแปลงวัตถุสามมิติแบบเมชเป็นปฐมฐานเพื่อให้วัตถุสามมิติที่แทนด้วยปฐมฐานนั้นมีรูปร่างเหมือนกับวัตถุสามมิติต้นฉบับ แล้วจึงนำไปเปรียบเทียบกับปฐมฐานใดเหมาะสมที่สุด ผลการทดลองวัดความเหมือนด้วยระยะทางเฮาส์ดอร์ฟ จากวัตถุสามมิติ 380 ชิ้น 19 ประเภทของมหาวิทยาลัยปรีนซ์ตันสรุปว่าวัตถุสามมิติที่แทนด้วยปฐมฐานมีรูปร่างเหมือนกับวัตถุสามมิติต้นฉบับโดยวัตถุสามมิติที่มีลักษณะจะเหมือนต้นฉบับมากกว่าวัตถุสามมิติที่มีลักษณะเว้า

คำสืบค้น

ปฐมฐาน, เรบกราฟ, โลกเสมือน

3D POLYGONAL MESH TO PRIMITIVE CONVERSION USING REEB GRAPH

Songpol Attasiriluk^{1*} and Pizzanu Kanongchaiyos²

Department of Computer Engineering,
Faculty of Engineering, Chulalongkorn University
Bangkok, Thailand 10330

E-mail : songpolatt@gmail.com^{1*}, pizzanu@cp.eng.chula.ac.th²

ABSTRACT

In Virtual world 3D objects are represented by primitives, such as cube sphere cylinder, but in general programs use polygonal mesh. Hence, 3D polygonal mesh to primitive conversion can reduce cost and time to create new 3D object in Virtual world. We preserve shape of 3D object by using, average geodesic distance (AGD) as a Morse function in, Reeb graph. Then compare all defined fitting primitive and choose the best one. The results were measured by Hausdorff distance with the originals of 380 models 19 types from Princeton University show that primitive represented objects have the same shape as originals. The convex objects have less Hausdorff distance than the concave objects.

KEYWORDS

Primitive, Reeb graph, Virtual world

1. บทนำ

ในปัจจุบัน โลกเสมือนได้มีการพัฒนาไปอย่างมาก ทำให้จำนวนผู้ใช้โลกเสมือนเพิ่มขึ้น ตัวอย่างเช่น โลกเสมือนที่ชื่อ Second Life ที่พัฒนาโดย Linden Lab มีผู้ลงทะเบียนมากกว่า 20 ล้านบัญชี การที่ผู้ใช้โลกเสมือนเพิ่มขึ้นนั้นเป็นเพราะว่าโลกเสมือนได้อำนวยความสะดวกให้แก่ผู้ใช้ ประหยัดเวลาและค่าใช้จ่ายในการเดินทาง จึงมีการนำโลกเสมือนไปใช้ประโยชน์ในด้านต่างๆ เช่น การศึกษา ความบันเทิง ใช้เป็นแหล่งพบปะ และ เกม ตัวอย่างในการนำโลกเสมือนไปใช้ประโยชน์ เช่น โรงเรียนกฎหมายฮาวาร์ดได้ทำการเรียนการสอนผ่านทางโลกเสมือน Second Life (ที่มาข่าวจากหนังสือพิมพ์เดอะนิวยอร์กไทม์วันที่ 7 มกราคม 2550) ดังรูปที่ 1

รูปที่ 1

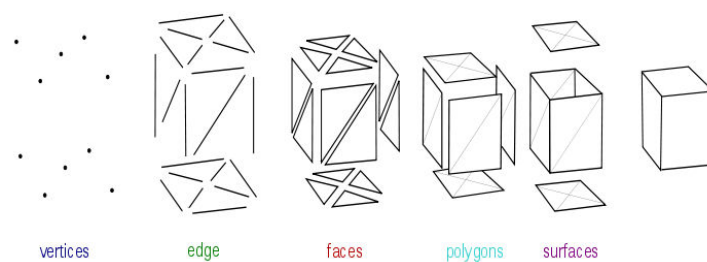
โรงเรียนกฎหมายฮาวาร์ดได้ทำการเรียนการสอนผ่านทางโลกเสมือน Second Life



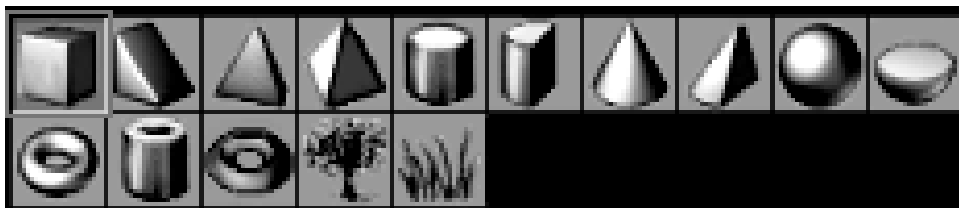
การแทนวัตถุสามมิติที่ใช้กันมากในปัจจุบันคือการแทนวัตถุสามมิติแบบเมช การแทนวัตถุแบบเมชคือการแทนวัตถุในรูปแบบการประกอบด้วย จุดยอด เส้นเชื่อม และหน้า เพื่อกำหนดเป็นรูปทรงต่างๆ (ดังรูปที่ 2) แต่เนื่องจากวัตถุสามมิติที่แทนแบบเมชนั้นมีขนาดใหญ่เพราะต้องเก็บข้อมูลทั้งหมดของ จุดยอด เส้นเชื่อม และหน้า ของวัตถุ ทำให้ไม่เหมาะสมในการทำงานในโลกเสมือนที่ต้องการความรวดเร็วในการส่งข้อมูล

รูปที่ 2

การแทนวัตถุสามมิติแบบเมช



ดังนั้นในโลกเสมือนจึงใช้การแทนวัตถุสามมิติด้วยปฏิสัมพันธ์ซึ่งมีขนาดของข้อมูลที่เล็กกว่า (ดูรูปที่ 3) เพราะการแทนวัตถุสามมิติด้วยปฏิสัมพันธ์คือการแทนวัตถุสามมิติด้วยสมการ โดยรูปร่างของวัตถุสามมิติจะเปลี่ยนไปตามรูปแบบของสมการที่ใช้และค่าตัวแปร จึงเก็บข้อมูลเพียงแค่สมการและค่าตัวแปรต่างๆ เท่านั้น งานวิจัยนี้จึงนำเสนอวิธีการแปลงวัตถุสามมิติแบบเมชเป็นปฏิสัมพันธ์โดยใช้เรขาคณิตในการหาข้อมูลทอพอโลยีเพื่อให้วัตถุสามมิติที่แทนด้วยปฏิสัมพันธ์มีรูปร่างเหมือนวัตถุสามมิติต้นฉบับ โดยนำข้อมูลทอพอโลยีไปใช้ในการแทนปฏิสัมพันธ์ โดยการเปรียบเทียบปฏิสัมพันธ์กับวัตถุสามมิติเพื่อให้ได้ปฏิสัมพันธ์ที่เหมาะสมที่สุด



รูปที่ 3

การแทนวัตถุสามมิติ
ด้วยปฐมนฐานในโลก
เสมือน

II. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้มุ่งเน้นในการแทนวัตถุสามมิติด้วยปฐมนฐานจากวัตถุสามมิติแบบเมช โดยที่ต้องการให้ผลลัพธ์มีรูปร่างเหมือนกับวัตถุสามมิติต้นฉบับ ซึ่งคุณฮิลากะและคณะ [1] ได้สรุปวิธีการต่างๆ ในการจับคู่รูปร่างเพื่อที่จะบอกว่าวัตถุสามมิติเหมือนกันหรือคล้ายกันหรือไม่ ดังนี้ ในงานวิจัย [2] ได้ใช้ การสกัดลักษณะในแคด/แคม (CAD/CAM) ซึ่งวิธีดังกล่าวเน้นเฉพาะเจาะจงและไม่พอเพียงสำหรับวัตถุสามมิติทั่วไป ในงานวิจัย [3] ได้ใช้รูปภาพของวัตถุสามมิติในการจับคู่รูปร่าง ซึ่งวิธีนี้ไม่พอเพียงสำหรับวัตถุสามมิติทั่วไป ส่วนงานวิจัย [4] ใช้ความโค้งเพื่อหารูปร่างของวัตถุสามมิติ วิธีนี้ถึงแม้ว่าจะทนทานต่อการเคลื่อนที่และการหมุน แต่ไม่ทนทานต่อลักษณะแบบลูกคลื่น งานวิจัย [5] ใช้ฮิสโทแกรมในการจับคู่รูปร่างของวัตถุสามมิติ ซึ่งวิธีนี้สามารถแสดงรูปร่างของวัตถุสามมิติได้แบบหายยาๆ แต่ไม่บอกลักษณะเฉพาะที่ได้ และมีงานวิจัยต่างๆ ได้ใช้กระดูกของวัตถุสามมิติในการแทนรูปร่างซึ่งการหากระดูกของวัตถุสามมิตินั้นสามารถทำได้สองวิธีดังนี้ งานวิจัย [6] ได้ใช้แกนกลางในการหากระดูกซึ่งวิธีนี้ไม่ทนทานต่อพื้นผิวที่มีลักษณะแบบลูกคลื่น ดังนั้นคุณฮิลากะและคณะ [1] จึงได้ใช้เรขภาพที่สามารถแทนกระดูกของวัตถุสามมิติได้ดีกว่าเพราะทนทานต่อลักษณะแบบลูกคลื่นของพื้นผิวเรขภาพ [7] เป็นวิธีในการแทนข้อมูลเชิงทอพอโลยีในรูปแบบของกราฟ โดยแทนจุดวิกฤตบนฟังก์ชันมอร์สในทฤษฎีมอร์ส [8] ด้วยจุดยอดและเชื่อมจุดยอดที่ติดกันด้วยเส้นเชื่อม เรขภาพถูกนำมาใช้ในการแทนวัตถุสามมิติในงานคอมพิวเตอร์กราฟฟิคครั้งแรกโดยคุณชินากาวาและคณะ [9] และได้ถูกใช้ในด้านต่างๆ เช่น การทำให้เคลื่อนไหว [10,12] การแบ่งส่วน [11] โดยที่คุณชินากาวาและคณะได้ใช้ฟังก์ชันความสูงเป็นมอร์สฟังก์ชันซึ่งการใช้ฟังก์ชันความสูงนั้นไม่ทนทานต่อการหมุนของวัตถุสามมิติ ดังนั้นคุณฮิลากะและคณะ [1] จึงได้เปลี่ยนมอร์สฟังก์ชันเป็นระยะทางจีโอเดสิกเฉลี่ยเพื่อแก้ไขปัญหาความไม่ทนทานต่อการหมุน

III. วิธีการดำเนินงานวิจัย

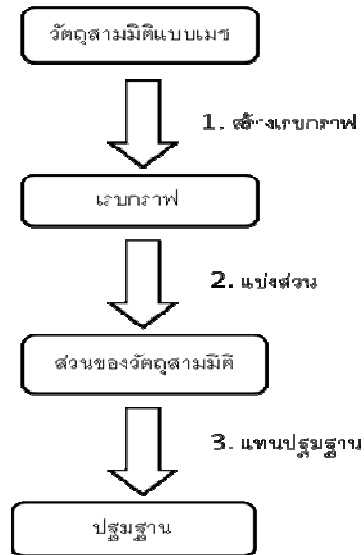
งานวิจัยนี้ประกอบไปด้วย 3 ขั้นตอนดังนี้ 1.การสร้างเรขภาพ 2.การแบ่งส่วน 3.การแทนปฐมนฐาน ภาพรวมการทำงานแสดงดังแผนภาพ (ดังรูปที่ 4)

3.1 การสร้างเรขภาพ

ในงานวิจัยนี้ใช้ระยะทางจีโอเดสิกเฉลี่ยในการสร้างเรขภาพเพราะระยะทางจีโอเดสิกเฉลี่ยทนทานต่อการเคลื่อนที่ การหมุนและการขยายหรือย่อส่วน การหาระยะทางจีโอเดสิกจากจุดยอดที่กำหนดไปยังจุดยอดอื่นสามารถประมาณได้ด้วยระยะทางที่สั้นที่สุดจากจุดยอดไปยังจุดยอดอื่น ซึ่งสามารถหาได้ด้วยอัลกอริทึมของดิคัสตรา แต่การหาระยะทางจีโอเดสิกเฉลี่ยของทุกจุดยอดนั้นใช้เวลานาน ดังนั้นจึงใช้จุดยอดฐานเพื่อลดจำนวนครั้งในการคำนวณ ตัวอย่างระยะทางจีโอเดสิกเฉลี่ยของวัตถุสามมิติแบบเมชรูปร่างคนแสดงดังรูปที่ 5 สีแดงแสดงค่าน้อย สีน้ำเงินแสดงค่ามาก

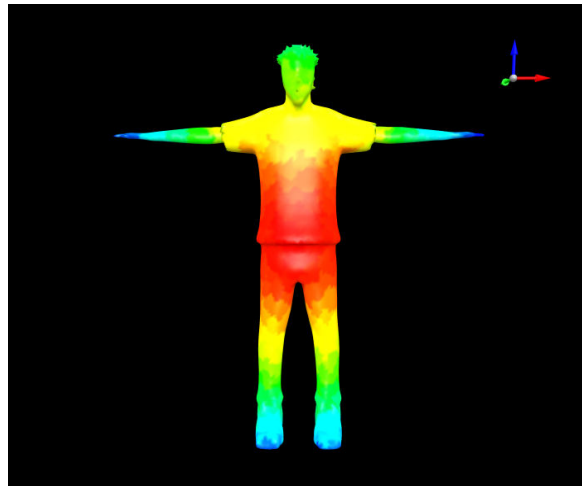
รูปที่ 4

ภาพรวมการดำเนินงาน
วิจัย



รูปที่ 5

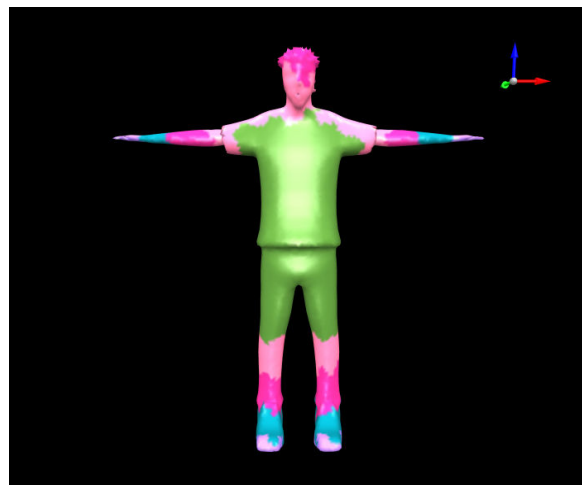
ระยะจ็อดเลกเจ็ล
ของวัตถุสามมิติแบบ
เมฆรูปร่างคน



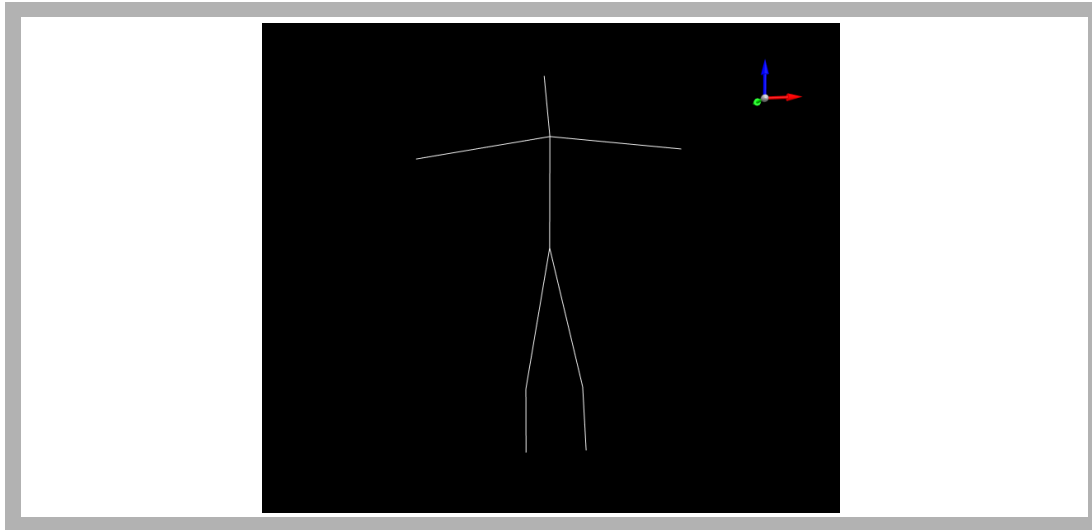
เมื่อได้ระยะทางจ็อดเลกเจ็ลแล้ว จะทำการแบ่งนับซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้การแบ่งนับแบบเอกรูปโดยผู้
สามารถกำหนดจำนวนจุดระดับได้ ตัวอย่างการแบ่งนับระยะทางจ็อดเลกเจ็ลของวัตถุสามมิติรูปร่าง
คนออกเป็นห้าชุดระดับแสดงดังรูปที่ 6 โดยที่สีเดียวกันคือช่วงของค่าจ็อดเลกเจ็ลเดียวกัน

รูปที่ 6

การแบ่งนับระยะทางจ็
อดเลกเจ็ลของวัตถุ
สามมิติรูปร่างคน
ออกเป็นห้าชุดระดับ



เมื่อแบ่งนับแล้วจึงนำมาสร้างเรขกรภาพ โดยที่จุดยอดที่อยู่ในช่วงเดียวกันและเชื่อมถึงกันจะรวมกัน กลายเป็นจุดของเรขกรภาพ และเชื่อมต่อจุดของเรขกรภาพของช่วงที่อยู่ติดกันที่มีจุดยอดติดกันด้วยเส้น เชื่อม เรขกรภาพของวัตถุสามมิติรูปร่างคนจากการแบ่งนับออกเป็นห้าชุดระดับแสดงดังรูปที่ 7

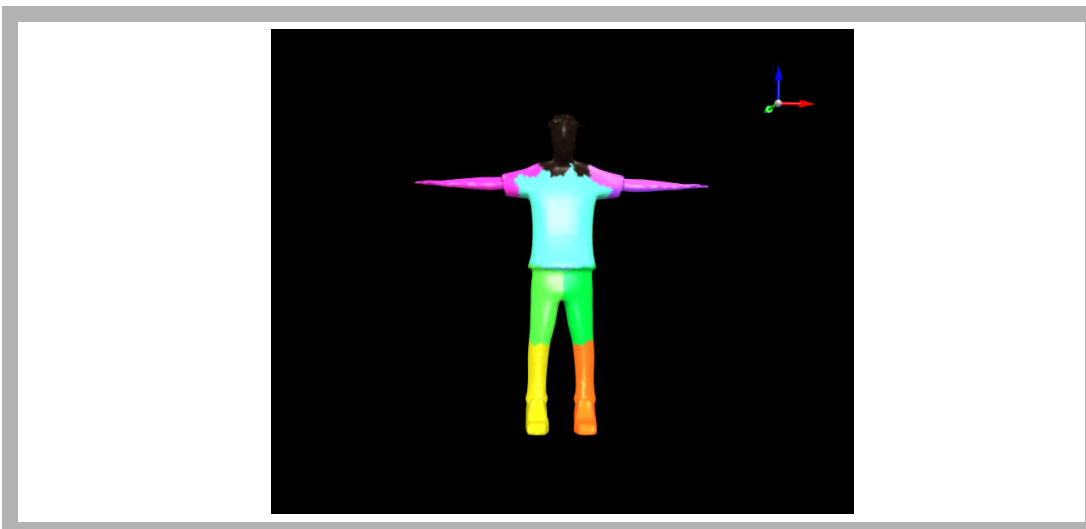


รูปที่ 7

เรขกรภาพของวัตถุสาม
มิติรูปร่างคนจากการ
แบ่งนับออกเป็นห้าชุด
ระดับ

3.2 การแบ่งส่วน

การแบ่งส่วนวัตถุสามมิติในงานวิจัยนี้จะใช้การแบ่งส่วนตามเส้นเชื่อมของเรขกรภาพ โดยหาว่าจุดยอดของวัตถุสามมิติอยู่ใกล้กับเส้นเชื่อมใดมากที่สุด ก็จะถูกแบ่งเข้าสู่ส่วนของเส้นเชื่อมของเรขกรภาพนั้น ตัวอย่างการแบ่งส่วนวัตถุสามมิติรูปร่างคนตามเส้นเชื่อมของเรขกรภาพแสดงดังรูปที่ 8 โดยที่สีเดียวกัน แสดงคือส่วนเดียวกัน



รูปที่ 8

การแบ่งส่วนวัตถุสาม
มิติรูปร่างคนตามเส้น
เชื่อมของเรขกรภาพ

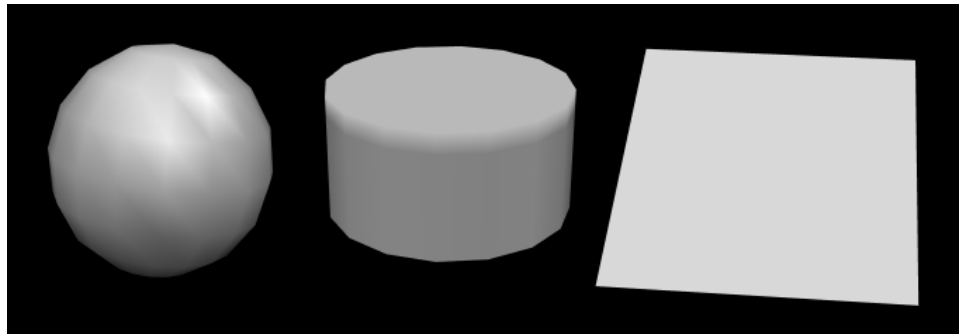
3.3 การแทนปฐมฐาน

การแทนวัตถุสามมิติด้วยปฐมฐานในงานวิจัยนี้มีขั้นตอนดังนี้ นำปฐมฐานที่กำหนดมาเปรียบเทียบกับ วัตถุสามมิติที่แบ่งส่วนโดยเรขกรภาพแล้วเลือกปฐมฐานที่มีระยะห่างน้อยที่สุด ปฐมฐานที่ใช้งานวิจัยนี้มี สามประเภทได้แก่ ทรงกลม ทรงกระบอก และระนาบ (ดังรูปที่ 9) ที่กำหนดเช่นนี้เนื่องจากรูปร่างของวัตถุสามมิติ ปฐมฐานแบบปื้นในโลกเสมือนที่เกิดจากรูปร่างของวัตถุสามมิติในขณะนั้นนั้นมีสี่ประเภทคือ ทรงกลม ทรงกระบอก ระนาบ และทรงห่วยยาง แต่ในงานวิจัยนี้ไม่ได้ใช้ทรงห่วยยางเนื่องจากทรงห่วยยางสามารถ แทนได้ด้วยทรงกระบอกต่อกัน (ถ้าหากโลกเสมือนกำหนดรูปแบบรูปร่างของวัตถุสามมิติแบบปื้นเพิ่มก็

สามารถเพิ่มรูปเรขาคณิตพื้นฐานที่ใช้ได้) ทำการแทนประสมฐานจนครบทุกส่วน ตัวอย่างวัตถุสามมิติรูปคนที่ถูกแทนด้วยประสมฐานจากวัตถุสามมิติรูปคนต้นฉบับแสดงดังรูปที่ 10

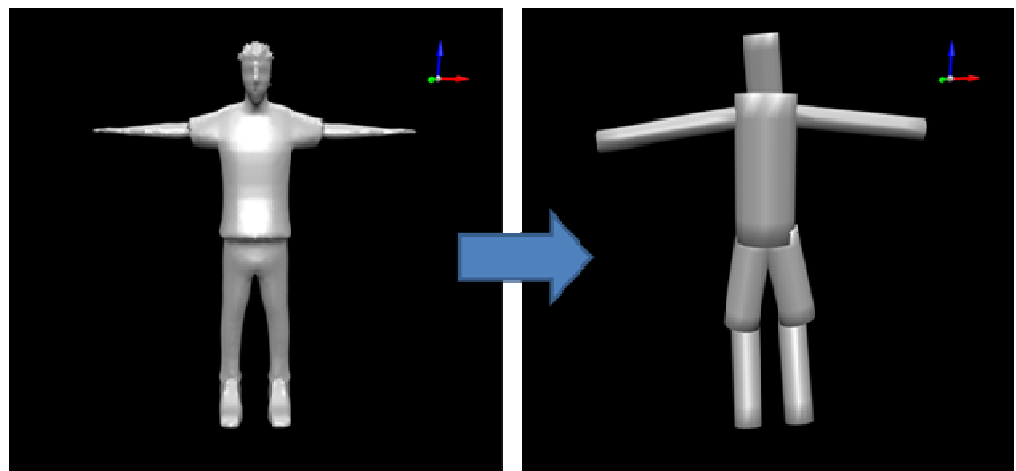
รูปที่ 9

ทรงกลม ทรงกระบอก
และระนาบ



รูปที่ 10

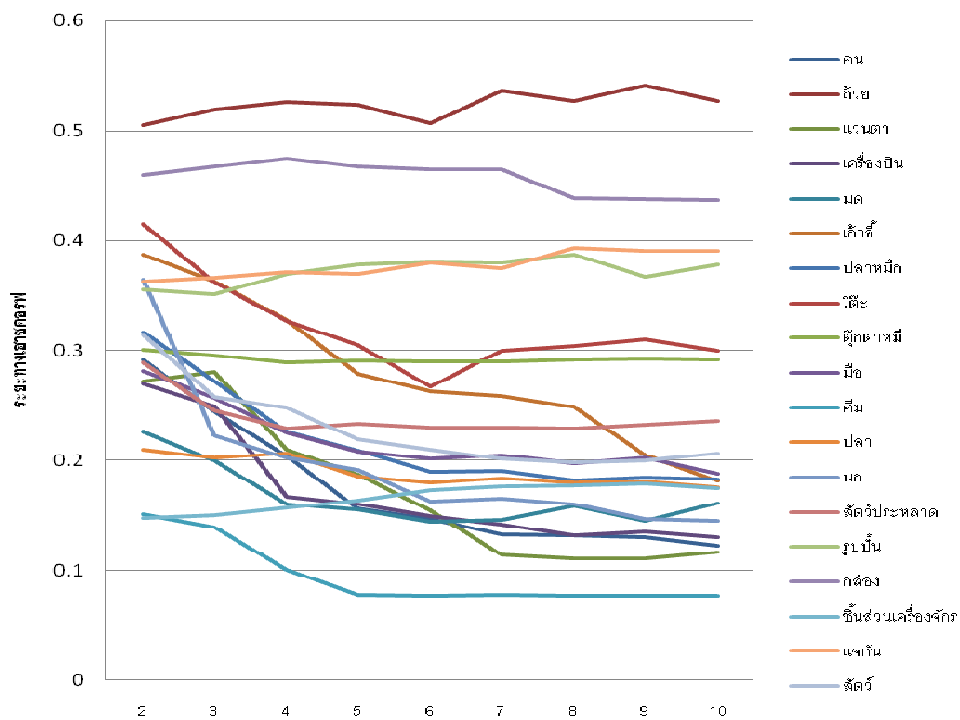
วัตถุสามมิติรูปคนที่ถูก
แทนด้วยประสมฐานจาก
วัตถุสามมิติรูปคน
ต้นฉบับ



IV. การทดลองและวิเคราะห์ผล

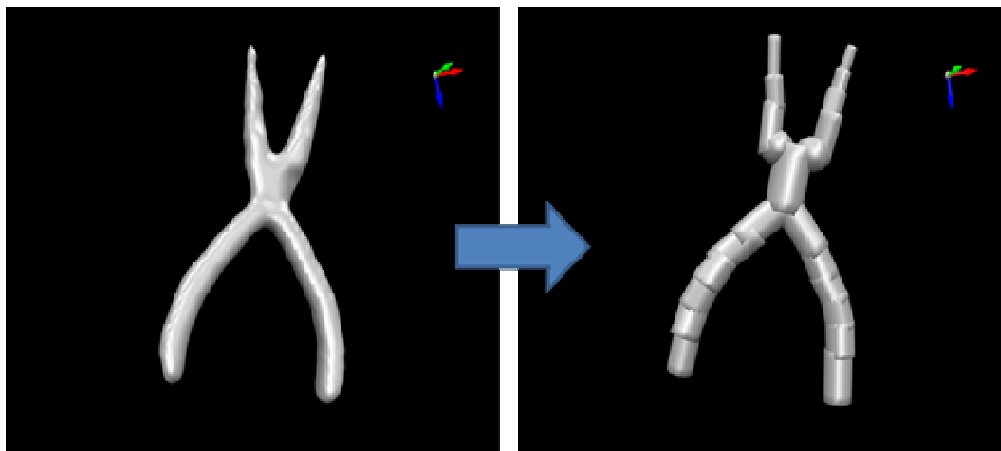
งานวิจัยนี้ได้ทำการทดลองเพื่อทดสอบประสิทธิภาพของงานวิจัยในการแทนวัตถุสามมิติด้วยประสมฐาน โดยทำการทดสอบความต่างของแบบจำลองสามมิติที่แทนด้วยประสมฐานกับแบบจำลองสามมิติต้นฉบับโดยวัดจากระยะทางเฮาส์ดอร์ฟ เนื่องจากระยะทางเฮาส์ดอร์ฟสามารถบอกได้ว่าวัตถุสามมิติทั้งสองมีความเหมือนกันมากขนาดไหน (ค่าน้อยแสดงว่าเหมือนกันมาก ค่ามากแสดงว่าเหมือนกันน้อย) โดยใช้วัตถุสามมิติต้นฉบับจำนวน 380 ชิ้นแบ่งเป็นรูปร่างต่างๆประเภทละ 20 ชิ้นจากฐานข้อมูลของมหาวิทยาลัยพรินซ์ตัน (Princeton University) ผลการทดสอบวัดระยะทางเฮาส์ดอร์ฟของวัตถุสามมิติที่แทนด้วยประสมฐานกับวัตถุสามมิติต้นฉบับแสดงดังตารางที่ 1 แกนตั้งคือระยะทางจีโอเดสิก แกนนอนคือจำนวนชุดระดับที่ใช้ โดยแยกตามประเภทของโมเดลซึ่งใช้ค่าเฉลี่ยของแต่ละประเภท

ผลการทดสอบวัดระยะทางแฮชคอร์พของวัตถุสามมิติที่แทน
ด้วยปฐมฐานกับวัตถุสามมิติต้นฉบับ



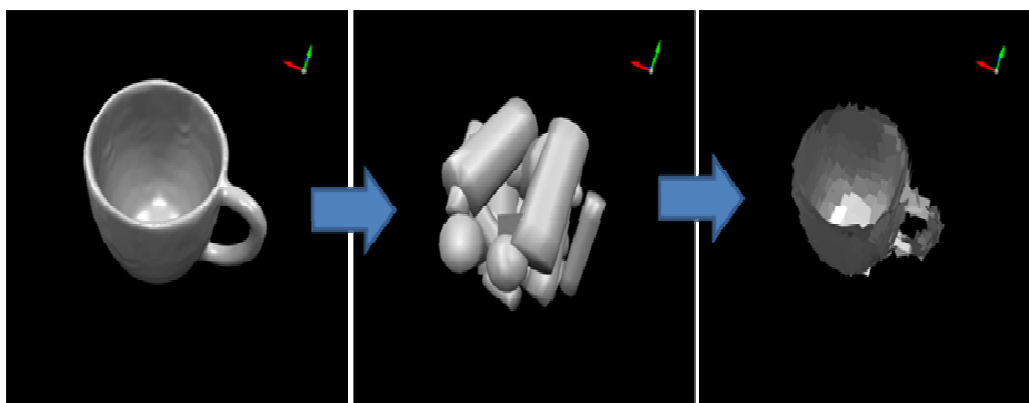
ตารางที่ 1

ผลการทดสอบวัดระยะทางแฮชคอร์พของวัตถุสามมิติที่แทนด้วยปฐมฐานกับวัตถุสามมิติต้นฉบับ



รูปที่ 11

วัตถุสามมิติรูปร่างคีมที่ถูกแทนด้วยปฐมฐานจากวัตถุสามมิติต้นฉบับ



รูปที่ 12

วัตถุสามมิติรูปร่างถ้วยที่ถูกแทนด้วยปฐมฐานจากวัตถุสามมิติต้นฉบับ

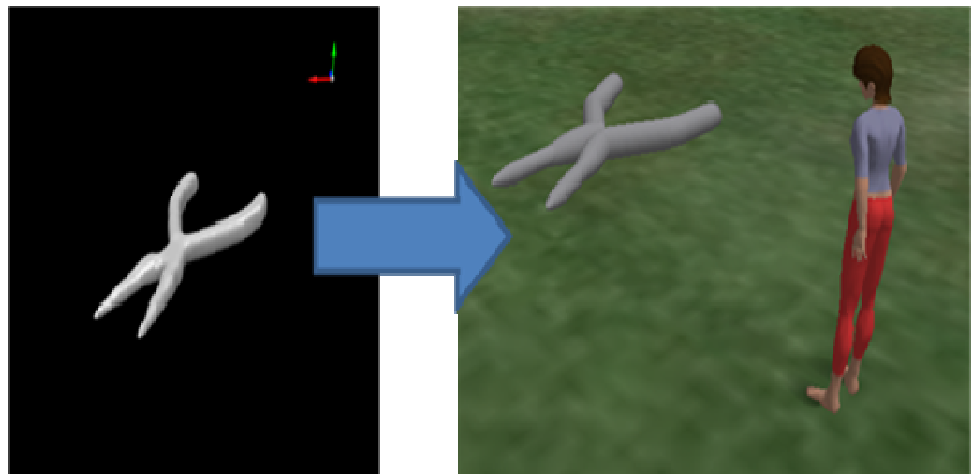
จากตารางที่ 1 จะเห็นว่าวัตถุรูปร่างคีมมีค่าระยะทางเฮาซดอร์ฟเฉลี่ยน้อยที่สุด ซึ่งแสดงว่าวัตถุสามมิติที่แทนด้วยปลูมฐานมีความเหมือนกับวัตถุสามมิติต้นฉบับมาก เนื่องจากงานวิจัยนี้ใช้ระยะทางจีโอเดสิกเฉลี่ยเป็นมอร์สฟังก์ชันทำให้เหมาะสมกับวัตถุที่มีลักษณะที่นูนออกมา วัตถุสามมิติรูปร่างคีมที่ถูกแทนด้วยปลูมฐานจากวัตถุสามมิติต้นฉบับแสดงดังรูปที่ 11 ส่วนวัตถุรูปร่างถ้วยมีค่าระยะทางเฮาซดอร์ฟเฉลี่ยมากที่สุดเนื่องจากเป็นวัตถุที่มีลักษณะเว้า เนื่องจากงานวิจัยนี้ใช้ระยะทางจีโอเดสิกเฉลี่ยเป็นมอร์สฟังก์ชันทำให้ไม่เหมาะสมกับวัตถุที่มีลักษณะเว้า ซึ่งสามารถแก้ไขได้ด้วยการเพิ่มจำนวนชุดระดับ วัตถุสามมิติรูปร่างถ้วยที่ถูกแทนด้วยปลูมฐานและวัตถุสามมิติรูปร่างถ้วยที่ถูกแทนด้วยปลูมฐานที่แก้ไขแล้วจากวัตถุสามมิติต้นฉบับแสดงดังรูปที่ 12

V. สรุปผล

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการแปลงวัตถุสามมิติแบบเมชเป็นปลูมฐานโดยการใช้เรขกรภาพในการหาข้อมูลทอพอโลยีเพื่อให้วัตถุสามมิติที่แทนด้วยปลูมฐานมีรูปร่างเหมือนวัตถุสามมิติต้นฉบับ โดยนำข้อมูลทอพอโลยีไปใช้ในการแทนปลูมฐาน โดยการเปรียบเทียบปลูมฐานกับวัตถุสามมิติเพื่อให้ได้ปลูมฐานที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งการใช้เรขกรภาพทำให้วัตถุสามมิติที่แทนด้วยปลูมฐานมีรูปร่างเหมือนวัตถุสามมิติต้นฉบับ ตัวอย่างวัตถุรูปร่างคีมที่ถูกแทนด้วยปลูมฐานในโลกเสมือนแสดงดังรูปที่ 13

รูปที่ 13

วัตถุรูปร่างคีมที่ถูกแทนด้วยปลูมฐานในโลกเสมือน



VI. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ (AS585A) ได้รับการสนับสนุนจาก โครงการส่งเสริมการวิจัยในอุดมศึกษาและการพัฒนา มหาวิทยาลัยวิจัยแห่งชาติ ของสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา

บรรณานุกรม

- [1] M. Hilaga, Y. Shinagawa, T. Kohmura, and T.L. Kunii, "Topology matching for fully automatic similarity estimation of 3D shapes," in *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques SIGGRAPH 01*, ACM Press, 2001, pp. 203-212.
- [2] S.K. Gupta, W.C. Regli, and D.S. Nau, "Manufacturing Feature Instances: Which Ones to Recognize?," *ACM Solid Modeling Conference*, ACM Press, 1995, pp. 141-152.
- [3] T.A. Cass, "Robust Affine Structure Matching for 3D Object Recognition," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 20, pp. 1265-1274, 1998.
- [4] M. Hebert, K. Ikeuchi, and H. Delingette, "A spherical representation for recognition of free-form surfaces," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 17, pp. 681-690, 1995.
- [5] R. Osada, T. Funkhouser, B. Chazelle, and D. Dobkin, "Matching 3D models with shape distributions," *Proceedings International Conference on Shape Modeling and Applications*, vol. 21, 2001, pp. 154-166.
- [6] E.C. Sherbrooke, N.M. Patrikalakis, and E. Brisson, "An Algorithm for the Medial Axis Transform of 3D Polyhedral Solids," *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 2, pp. 44-61, 1996.
- [7] G. Reeb, "Sur les points singuliers d'une forme de Pfaff complètement intégrable ou d'une fonction numérique," *Comptes Rendus Acad Sciences*, vol. 222, pp. 847-849, 1946.
- [8] J.W. Milnor, *Morse Theory*, Princeton University Press, 1963.
- [9] Y. Shinagawa and T.L. Kunii, "Constructing a Reeb graph automatically from cross sections," *IEEE Comput Graph Appl*, vol. 11, pp. 44-51, 1991.
- [10] P. Kanongchaiyos and Y. Shinagawa, "ARTICULATED REEB GRAPHS FOR INTERACTIVE SKELETON ANIMATION," *Modeling: Modeling Multimedia Information and System*, p. 451-467, 2000.
- [11] S. Berretti, A. Del Bimbo, and P. Pala, "3D Mesh decomposition using Reeb graphs," *Image and Vision Computing*, vol. 27, pp. 1540-1554, 2009.
- [12] ศรัณย์ ศิลปภิมย์สุข และ พิษณุ คนองชัยยศ, การจำลองการเคลื่อนไหวของกลุ่มคนโดยใช้เรบกราฟ (Crowd Animation Using Reeb Graph), *วารสารวิศวกรรมศาสตร์*, ปี 3 ฉบับที่ 2 หน้า 17-32, doi:10.4168/ejth.2011.3.2.17, พฤษภาคม 2554.