

# การจำลองการเคลื่อนไหวของกลุ่มคนโดยใช้เรขภาพ

ศรัณย์ ศิลปภิมรณสุข<sup>1\*</sup> และ พิชณุ คนองชัยยศ<sup>2</sup>

ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพฯ ประเทศไทย 10330

E-mail: hesheit\_aa@hotmail.com<sup>1\*</sup>, pizzanu@cp.eng.chula.ac.th<sup>2</sup>

## บทคัดย่อ

ในการจำลองการเคลื่อนไหวของกลุ่มคน เมื่อจำนวนตัวตนจำลองในฉากเพิ่มมากขึ้น เวลาที่ใช้ในการคำนวณก็จะเพิ่มมากขึ้นตามไปด้วย นอกจากจะทำให้เวลาในการคำนวณเพิ่มขึ้นแล้วยังยากต่อการควบคุมตัวตนจำลองเหล่านั้นให้แสดงพฤติกรรมตามที่ผู้ใช้ต้องการ ในงานวิจัยนี้ได้ใช้เรขภาพในการแทนกลุ่มของตัวตนจำลองเป็นกราฟโครงสร้างของกลุ่ม โดยแทนจุดยอดของเรขภาพเป็นตัวแทนของกลุ่มซึ่งมีหน้าที่ในการค้นหาเส้นทางและใช้เส้นเชื่อมของเรขภาพเป็นค่าโครงแทนลักษณะรูปร่างของกลุ่มตัวตนจำลอง ตัวตนจำลองตัวอื่นๆที่ไม่ใช่ตัวแทนกลุ่ม จะเคลื่อนที่ตามตัวแทนกลุ่มและเส้นเชื่อมของเรขภาพที่อยู่ใกล้ที่สุด การค้นหาเส้นทางจะคำนวณเฉพาะตัวแทนกลุ่มซึ่งโดยปกติจะค้นหาเส้นทางของทุกตัวตนจำลอง การคำนวณในลักษณะนี้สามารถลดระยะเวลาในการคำนวณลงได้ นอกจากนั้นผู้วิจัยยังสามารถควบคุมลักษณะการเคลื่อนที่โดยใช้กราฟโครงสร้างนี้ควบคุมการกระจายตัวของกลุ่มและยังสามารถสร้างพฤติกรรมการแยกกลุ่มและรวมกลุ่มได้

## คำสืบค้น

เรขภาพ, การแทนโครงสร้างโดยกราฟ, การจำลองการเคลื่อนไหวของกลุ่มคน

# CROWD ANIMATION USING REEB GRAPH

Saran Sillapaphiromsuk<sup>1\*</sup> and Pizzanu Kanongchaiyos<sup>2</sup>

Department of Computer Engineering,  
Faculty of Engineering, Chulalongkorn University,  
Bangkok, Thailand 10330  
E-mail: hesheit\_aa@hotmail.com<sup>1\*</sup>, pizzanu@cp.eng.chula.ac.th<sup>2</sup>

## ABSTRACT

The simulation of human massive crowds takes much computational time when the size of crowds and the complexity of environment increase, not only the computational time but also the crowd control. It is difficult to control the crowd in the complex scene. In this paper, we present crowd representation by using Reeb graph as crowd structure. Vertices of Reeb graph represent group leaders responsible for determining the route and edges of Reeb graph represent the shape of crowd. The other characters which are not leaders will follow the nearest leader and edge of crowd structure. In our model, only the leaders of group will be assigned for computing the route, which is the process that takes high time, while others assign it in all characters therefore our model can reduce computational time. Moreover, the movement of crowd can be controlled by using the crowd structure such as scattering, splitting and rejoining.

## KEYWORDS

Reeb graph, crowd animation, graph representation

## 1. บทนำ

การจำลองการเคลื่อนไหวของกลุ่มคน หมายถึง กระบวนการในการจำลองการเคลื่อนที่ของวัตถุหรือตัวละครที่มีจำนวนมาก ซึ่งจะเห็นได้จากในเกมคอมพิวเตอร์และภาพยนตร์เป็นส่วนใหญ่ การจำลองการเคลื่อนไหวของกลุ่มคนนั้นจะคำนึงถึงสองปัจจัยด้วยกันคือ ความเหมือนจริงของลักษณะการเคลื่อนที่ และคุณภาพของภาพ ความเหมือนจริงของลักษณะการเคลื่อนที่ที่จะพิจารณาแค่ทิศทางเท่านั้น โดยไม่สนใจว่าตัวตนจำลองจะทำท่าทางแบบไหน โดยส่วนใหญ่จะแทนตัวตนจำลองด้วยวัตถุทรงกระบอก และโดยเฉพาะการเคลื่อนที่เท่านั้น ส่วนคุณภาพของภาพเป็นการแสดงถึงความเหมือนจริงของท่าทางของตัวตนจำลอง และความเหมือนจริงของทิศทางด้วย ซึ่งจะเห็นได้ในภาพยนตร์เพราะต้องการความเหมือนจริงสูง ขั้นตอนในการสร้างภาพเคลื่อนไหวของกลุ่มคนจำนวนมากนั้นจะแบ่งออกเป็นสามขั้นตอนคือ การควบคุม การประมวลผล และการเรนเดอร์ การควบคุมจะแบ่งออกเป็นสองแบบคือการควบคุมเฉพาะที่และการควบคุมแบบภาพรวม ซึ่งการควบคุมแบบเฉพาะที่นั้น ผู้ใช้จะทำการควบคุมลักษณะการเคลื่อนที่ของตัวละครแต่ละตัวตนจำลองโดยคำนึงถึงสิ่งแวดล้อมรอบตัวของตัวตนจำลองเพียงเท่านั้น แต่การควบคุมแบบภาพรวมนั้น ผู้ใช้จะทำการควบคุมลักษณะการเคลื่อนที่โดยคำนึงถึงสิ่งแวดล้อมทั้งหมดในแผนที่ เมื่อผู้ใช้ทำการป้อนข้อมูลในส่วนของการควบคุมแล้วระบบจะทำการประมวลผล ซึ่งการประมวลผลนี้จะมีหน้าที่ในการหาทิศทางการเคลื่อนที่ในแต่ละช่วงเวลาในการคำนวณของแต่ละตัวตนจำลอง โดยพิจารณาถึงสภาพแวดล้อมในแผนที่ การชนกัน ทิศทาง ความเร็ว เป็นต้น เมื่อได้ทิศทางใหม่แล้ว จะทำการเรนเดอร์ออกมาเป็นภาพเคลื่อนไหว การเรนเดอร์จะทำการสร้างภาพเคลื่อนไหวในแต่ละเฟรมๆ โดยที่ตำแหน่งการเคลื่อนที่ จะได้มาจากการประมวลผลนั่นเอง

รูปที่ 1

การจำลองการ  
เคลื่อนที่ของกลุ่มคน



ในการสร้างท่าทางและพฤติกรรมของตัวตนจำลองในกลุ่ม จะเป็นพฤติกรรมแบบอัตโนมัติ (Autonomous Behavior) โดยที่แต่ละตัวตนจำลองจะพิจารณาถึงสิ่งแวดล้อมภายนอก เมื่อพิจารณาแล้วจะทำการประมวลผล และพิจารณาว่าจะเคลื่อนที่ไปที่ไหน หลังจากนั้นจะทำการพิจารณาว่าจะเคลื่อนที่ไปที่นั้นอย่างไร เมื่อเคลื่อนที่แล้ว ก็จะพิจารณาสีสิ่งแวดล้อมอีกครั้ง และก็จะทำการเคลื่อนที่ ทำแบบนี้ไปเรื่อยๆ จนกว่าจะถึงตำแหน่งที่ต้องการ ถ้าสิ่งแวดล้อมมีความซับซ้อนและขนาดของกลุ่มคนมีจำนวนมากขึ้น การควบคุมพฤติกรรมของกลุ่มคนก็จะเป็นไปได้ยาก และเวลาในการคำนวณก็จะเพิ่มขึ้นด้วย

## II. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้จะแบ่งออกเป็นสองกลุ่มคือ การเลือกตัวแทนกลุ่มและพฤติกรรมของกลุ่มคน งานวิจัยที่เกี่ยวกับการเลือกตัวแทนกลุ่มส่วนใหญ่จะจำลองการเคลื่อนไหวของตัวตนจำลองโดยที่ตัวตนจำลองทุกตัวในแต่ละกลุ่มเป็นตัวแทนกลุ่ม นั้นหมายความว่าทุกตัวตนจำลองต้องวิเคราะห์เส้นทางการหลบหลีกและเส้นทางในการเคลื่อนที่ไปยังเป้าหมาย หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือทุกตัวตนจำลองมีความสามารถในการรับรู้เท่าๆกัน ไม่มีการถ่ายโอนหรือเชื่อมโยงข้อมูลระหว่างกัน ซึ่งในปี ค.ศ. 2007 เปเลซาโนและคณะ [1] ได้ทำการเสนอแบบจำลองในการเคลื่อนที่ของตัวตนจำลองในฉากโดยที่ทุกตัวตนจำลองเป็นตัวแทนกลุ่ม และแต่ละตัวตนจำลองมีพฤติกรรมของตัวเอง ตัวตนจำลองทุกตัวจะทำการวิเคราะห์สภาพแวดล้อมและเส้นทางที่เหมาะสมเพื่อเลือกท่าทางให้สอดคล้องกับสภาพแวดล้อมนั้นๆ ซึ่งสามารถสร้างพฤติกรรมที่หลากหลายได้นั้นเนื่องมาจากที่ทุกตัวตนจำลองมีพฤติกรรมที่ไม่เหมือนกัน แต่ข้อเสียคือใช้เวลาในการคำนวณสูงเพราะต้องคำนวณหาเส้นทางเดินและพฤติกรรมของทุกตัวตนจำลอง นอกจากนี้ผู้วิจัยยังจะควบคุมพฤติกรรมในลักษณะกลุ่ม ยกตัวอย่างเช่น ต้องการให้กลุ่มมีการเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกันหรือต้องการให้กลุ่มเคลื่อนที่ในลักษณะกระจายออกจากกัน ต่อมาในปี ค.ศ. 2008 เจอร์แวนเดนเบิร์ก [2] ได้เสนอวิธีในการจำลองโดยที่ทุกตัวตนจำลองยังคงเป็นตัวแทนกลุ่มซึ่งไม่มีการเชื่อมโยงข้อมูลหรือแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างตัวตนจำลอง โดยหลักการของงานวิจัยนี้คือการเคลื่อนที่หลบหลีกตัวตนจำลองตัวอื่นโดยใช้ตำแหน่งและความเร็วในการพิจารณาเท่านั้น และแต่ละรอบในการคำนวณ ทุกตัวตนจำลองจะคำนวณหาตำแหน่งต่อไปเหมือนกันทุกตัว ซึ่งจะส่งผลให้เวลาในการคำนวณเพิ่มขึ้นถ้าตัวตนจำลองเพิ่มขึ้น เพราะว่าทุกตัวเป็นตัวแทนของกลุ่มและมีการคำนวณที่เหมือนกันซึ่งข้อดีของงานวิจัยนี้คือสามารถสร้างการเคลื่อนที่ได้ดีโดยไม่เกิดการหยุดนิ่งของตัวตนจำลอง แต่ก็ยังใช้เวลาในการคำนวณสูงและไม่สามารถสร้างพฤติกรรมแบบกลุ่มได้ ในปีเดียวกันนี้ ลินโบ ลูโอและคณะ [3] ได้จำลองการเคลื่อนที่ของตัวตนจำลองในสถานการณ์การต่างๆ ซึ่งในกลุ่มมีทั้งตัวแทนกลุ่มและตัวตาม โดยตัวตามจะเคลื่อนที่ตามตัวแทนกลุ่มที่รู้เส้นทางเดินที่แน่นอน เพราะฉะนั้นตัวตามไม่จำเป็นต้องคำนวณหาเส้นทางเอง จึงทำให้เวลาในการคำนวณลดลง แต่ปัญหาก็คือการจำลองนี้ไม่สามารถควบคุมการเคลื่อนที่ได้ เพราะตัวตามจะเคลื่อนที่แบบสุ่มและใช้ความรู้ในการหาเส้นทางเดินเอง ซึ่งไม่รู้ว่าเป็นเส้นทางที่ถูกต้อง จนกว่าจะเคลื่อนที่เจอผู้นำ นอกจากนั้นในปี ค.ศ. 2001 ไช-เยน ลี และคณะ [4] ได้เสนอแบบจำลองในการเคลื่อนที่โดยให้กลุ่มตัวตนจำลองมีหนึ่งผู้นำ ซึ่งผู้นำนี้เปรียบเสมือนตัวแทนกลุ่มที่มีหน้าที่ในการหาเส้นทางและวิเคราะห์สภาพแวดล้อม เมื่อผู้นำหาเส้นทางได้แล้ว ตัวตนจำลองตัวอื่นที่อยู่ในกลุ่มจะเคลื่อนที่ตามผู้นำโดยไม่จำเป็นต้องเสียเวลาในการหาเส้นทางเดินใหม่ ซึ่งช่วยลดระยะเวลาในการคำนวณลง แต่ปัญหาก็คือ การใช้ผู้นำเพียงหนึ่งตัว ไม่สามารถสร้างพฤติกรรมในลักษณะกลุ่มได้และยังทำให้เกิดปัญหาการแออัดกันของตัวตนจำลองอีกด้วย ส่วนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมของกลุ่มคน ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันได้มีนักวิจัยพยายามหาวิธีที่จะจำลองการเคลื่อนที่แบบนี้ โดยใช้วิธีต่างๆ อาทิเช่น ใช้กฎการเคลื่อนที่ทางฟิสิกส์ [2], [5], [6], [7] ใช้ข้อมูลการเคลื่อนที่ของคน [8] ใช้ข้อมูลแบบกริด [9], [10], [11] ใช้การมองเห็นของตัวตนจำลอง [12] ใช้การวิเคราะห์เส้นทางการเดินบนฉากสามมิติ [13], [14], [15] ซึ่งวิธีเหล่านี้สามารถสร้างการจำลองการเคลื่อนที่ของกลุ่มคนได้ แต่พฤติกรรมการเคลื่อนที่ในแต่ละวิธีอาจจะไม่เหมือนกัน

ในปี ค.ศ. 1987 เกรก เรโนลด์ ได้ริเริ่มการจำลองการเคลื่อนที่ของฝูงนก [6] โดยเสนอโมเดลและวิธีในการจำลองการเคลื่อนที่ของฝูงนก ซึ่งพฤติกรรมเหล่านี้ไม่เพียงพอต่อการจำลองการเคลื่อนที่และการควบคุมกลุ่มคน ต่อมาเกรก เรโนลด์ได้เสนอวิธีในการสร้างพฤติกรรมการเคลื่อนที่แบบต่างๆ [5] อาทิเช่น การเคลื่อนที่เข้าหาเป้าหมาย การเคลื่อนที่หลบหนีเป้าหมาย การหลีกเลี่ยงการชนตอสัตว์ข้าง การเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดิน การเคลื่อนที่ตามผู้นำ การเคลื่อนที่ตามกลุ่ม การเคลื่อนที่ออกจากกลุ่มและการเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกับ

กลุ่ม แบบจำลองที่เรก เรโนลด์ได้เสนอมานี้ สามารถนำไปสร้างพฤติกรรมที่หลากหลายได้ แต่ปัญหาคือว่าเราจะใช้พฤติกรรมเหล่านี้รวมกันโดยใช้ค่าน้ำหนักเท่าไรและรวมกันแบบใด ปัญหาที่ตามมาคือเมื่อจำนวนตัวตนจำลองเพิ่มขึ้นจะทำให้เสียเวลาในการคำนวณมากยิ่งขึ้นเพราะทุกตัวตนจำลองคำนวณหาตำแหน่งถัดไปเหมือนกันทุกตัว ในปี ค.ศ. 2006 แอเดรียนและคณะ [9] ได้ใช้กริดในการสร้างการเคลื่อนไหวของตัวตนจำลอง ซึ่งแต่ละช่องกริดมีข้อมูลการเคลื่อนที่ซึ่งจะมีผลต่อตัวตนจำลองที่อยู่ในช่องกริดนั้น ข้อดีของวิธีนี้คือสามารถลดระยะเวลาในการคำนวณการเคลื่อนที่ลงเป็นอย่างมากเพราะว่าระยะเวลาในการคำนวณจะขึ้นกับจำนวนช่องกริด แต่ข้อเสียคือตัวตนจำลองที่อยู่ในช่องกริดเดียวกันจะเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกัน ในงานวิจัยนี้ได้สร้างพฤติกรรมกริดเคลื่อนที่แบบมีช่องทางเดิน (Lane Formation) ซึ่งทำให้ตัวตนจำลองที่เดินสวนกัน ไม่เกิดการชนกัน ต่อมาในปี ค.ศ. 2008 เจอร์เวนเดนเบิร์ก [2] ได้เสนอวิธีในการหลบหลีกสิ่งกีดขวางของตัวละคร โดยในแต่ละเวลาคำนวณ ตัวตนจำลองจะคำนวณหาทิศทางที่เหมาะสมโดยใช้วิธีที่เรียกว่า เรซิโปรคัลเวโลซิตี (Reciprocal Velocity Obstacle) ซึ่งเป็นวิธีที่เจอร์เวนเดนเบิร์กเสนอ ในแต่ละเวลาคำนวณ ตัวตนจำลองจะคำนวณหาทิศทางใหม่โดยดูจากสภาพแวดล้อมรอบๆตัวมันเอง ถ้าจำนวนตัวตนจำลองเพิ่มขึ้น เวลาในการคำนวณก็เพิ่มขึ้นด้วย แต่ข้อดีของวิธีที่เสนอคือสามารถสร้างการเคลื่อนที่โดยไม่ติดขัดหรือตัวตนจำลองไม่เกิดการชนกันอยู่กับที่ นอกจากนี้วิจัยจะพยายามหาวิธีในการสร้างพฤติกรรมโดยให้ระยะเวลาคำนวณน้อยที่สุดแล้ว นักวิจัยยังต้องการให้การควบคุมกลุ่มคนนั้นง่ายขึ้นอีกด้วย โดยในปี ค.ศ. 2009 มาซากิ โอฮิตะและคณะ [14] ได้เสนอวิธีในการควบคุมกลุ่มคนโดยใช้การวาดเส้น ซึ่งจะวาดเส้นจำนวนหนึ่งเพื่อใช้ปรับเปลี่ยนการเคลื่อนที่ของตัวตนจำลอง แต่ว่าเมื่อจำนวนกลุ่มคนเพิ่มขึ้น เวลาในการสร้างเส้นควบคุมก็เพิ่มขึ้นด้วย พฤติกรรมที่ได้จะมาจากเส้นที่ผู้ใช้วาด โดยจะมีเส้นหนึ่งเส้นเป็นเส้นทางการเดิน นอกเหนือจากนั้นจะเป็นเส้นในการปรับเปลี่ยนระยะห่างหรือการกระจายตัวของตัวตนจำลองในกลุ่ม ซึ่งข้อดีคือสามารถควบคุมการเคลื่อนที่ได้ แต่ยังคงใช้เวลาในการคำนวณสูงเพราะทุกตัวตนจำลองเป็นตัวแทนกลุ่มและยังใช้เวลาในการกำหนดลักษณะการเคลื่อนที่นานอีกด้วย

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องจะสังเกตเห็นว่าการจำลองการเคลื่อนที่ของตัวตนจำลองจะใช้เวลาในการคำนวณการเคลื่อนที่สูงถ้าทุกตัวตนจำลองเป็นตัวแทนกลุ่ม นอกจากนี้ยังควบคุมลักษณะการเคลื่อนที่ของกลุ่มคนได้ยากเพราะไม่มีการแทนรูปร่างของกลุ่มคน จึงทำให้การจำลองการเคลื่อนที่เป็นไปในลักษณะการจำลองการเคลื่อนที่แบบเดี่ยวหรือไม่มีการควบคุมลักษณะการเคลื่อนที่แบบกลุ่มนั่นเอง

### III. จุดประสงค์ของงานวิจัย

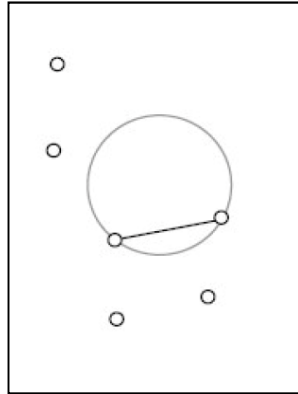
งานวิจัยนี้จะเสนอการแทนกลุ่มคนด้วยกราฟ ซึ่งกราฟสามารถแทนข้อมูลได้ดี โดยจะใช้จุดยอดของกราฟแทนตัวแทนของกลุ่ม และเส้นเชื่อมแทนลักษณะรูปร่างของกลุ่มว่าจะเคลื่อนที่ในลักษณะใด แต่ละกลุ่มสามารถมีตัวแทนกลุ่มได้มากกว่าหนึ่งตัวแทน ตามลักษณะของกราฟที่ได้มา ซึ่งกราฟที่จะใช้แทนรูปร่างของกลุ่มคนนี้เรียกว่า เรบกราฟ ข้อดีของเรบกราฟคือสามารถแทนลักษณะรูปร่างของกลุ่มคนได้และยังคงไว้ด้วยข้อมูลเชิงทอพอโลยี นอกจากนั้นการคำนวณหาเรบกราฟยังใช้เวลาน้อยกว่าการหาโครงสร้างแบบอื่นๆ ซึ่งขึ้นอยู่กับลำดับขั้นในการหาเรบกราฟ การใช้กราฟแทนรูปร่างของกลุ่มคนนี้ผู้วิจัยคาดว่าจะสามารถลดการคำนวณในการจำลองการเคลื่อนไหวของกลุ่มคนได้ โดยจะคำนวณเฉพาะตัวแทนกลุ่มที่ได้จากจุดยอดบนเรบกราฟ หลังจากนั้นตัวตนจะเคลื่อนที่ตามตัวแทนกลุ่มที่ใกล้ที่สุดและเคลื่อนที่เข้าหาเส้นเชื่อมระหว่างตัวแทนกลุ่มด้วย นอกจากนี้การแทนโครงสร้างแบบนี้ยังสามารถควบคุมกลุ่มคนผ่านทางกราฟโครงสร้างนี้ ซึ่งคาดว่าจะสามารถใช้ในการควบคุมลักษณะการเคลื่อนที่แบบกลุ่มได้

## IV. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องจะมีสองทฤษฎีคือ การหาเส้นขอบจากกลุ่มจุดโดยวิธีอัลฟาและเรบกกราฟ

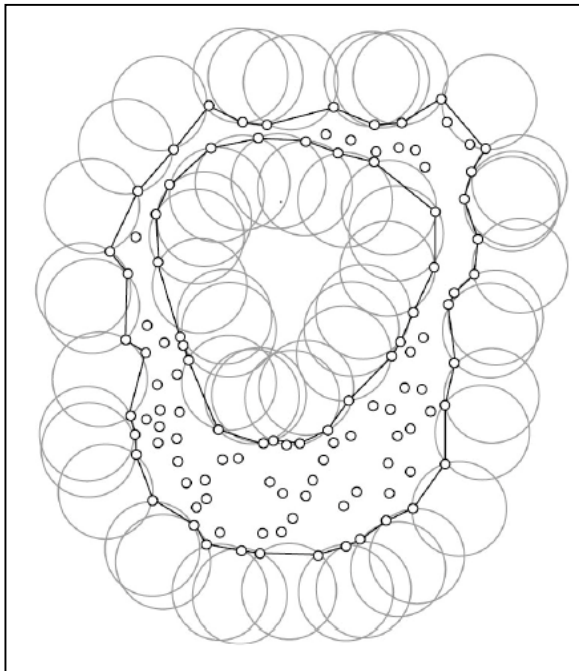
### 4.1 การหาเส้นขอบจากกลุ่มจุดโดยวิธีอัลฟา

การสร้างเส้นขอบโดยวิธีอัลฟา เป็นวิธีในการสร้างรูปร่างจากกลุ่มจุด โดยใช้วงกลมรัศมีอัลฟาทดสอบทีละคู่จุด ถ้าวงกลมที่ทดสอบไม่มีจุดอื่นอยู่ภายในวงกลม ให้เชื่อมเส้นเชื่อมระหว่างจุดสองจุดที่กำลังทดสอบดังรูปที่ 2 ทำการทดสอบนี้ทุกคู่จุดจะได้เส้นขอบของกลุ่มจุดดังรูปที่ 3



รูปที่ 2

การเชื่อมเส้นขอบโดย  
วิธีอัลฟา



รูปที่ 3

เส้นขอบโดยวิธีอัลฟา

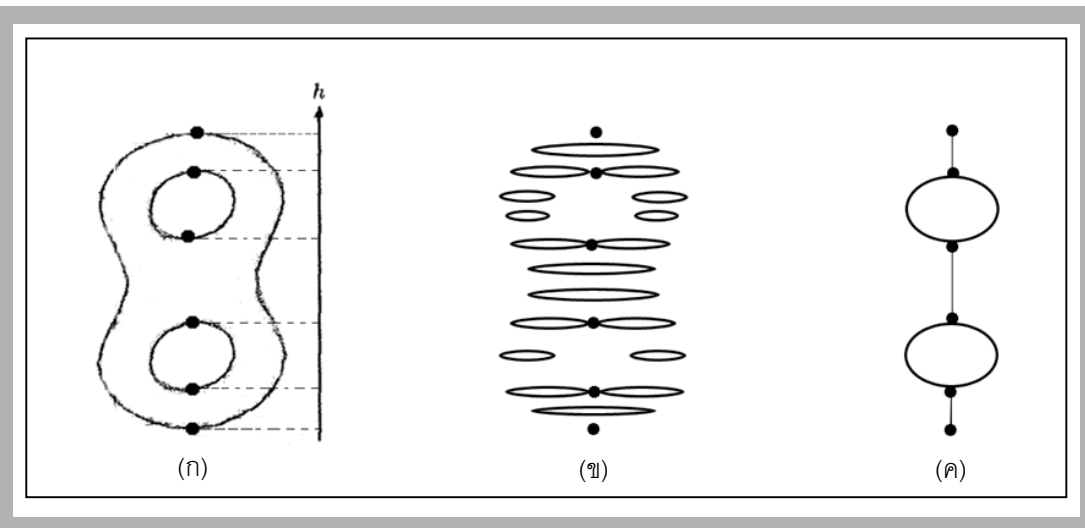
เส้นขอบที่ได้จะขึ้นอยู่กับรัศมีของวงกลมที่ใช้ทดสอบ ถ้ารัศมีวงกลมใหญ่มากเส้นขอบที่ได้จะเป็นเส้นขอบที่ใหญ่ที่สุดของกลุ่มจุด (Convex hull) แต่ถ้ารัศมีของวงกลมมีขนาดเล็กมากๆ ก็อาจจะไม่สามารถเกิดเส้นขอบของกลุ่มจุดได้ เพราะฉะนั้นจะต้องเลือกค่ารัศมีให้เหมาะสมกับความต้องการของผู้ใช้ว่าต้องการให้กลุ่มจุดที่สนใจมีลักษณะรูปร่างเป็นอย่างไร

## 4.2 เรบกราฟ

เรบกราฟเป็นวิธีในการแทนข้อมูลเชิงทอพอโลยีในรูปแบบของกราฟ โดยระบุตำแหน่งบนกราฟด้วยจุด (Node) และเส้นเชื่อม (Edge) โดยจุดที่อยู่บนวัตถุจะต้องมีจุดวิกฤตที่ได้จากฟังก์ชันมอร์สที่ใช้แทนข้อมูลเชิงทอพอโลยีนั้นๆ ซึ่งข้อดีของเรบกราฟคือสามารถรักษาข้อมูลเชิงทอพอโลยีไว้ได้ถึงแม้จะมีการเปลี่ยนแปลงขนาดของวัตถุก็ตาม

รูปที่ 4

การสร้างเรบกราฟ



กำหนดให้ฟังก์ชัน  $f: M \rightarrow R$  เป็นฟังก์ชันจำนวนจริงที่อยู่บนแมนิโฟลด์  $M$  (รูปที่ 4 (ก.)) ซึ่งแมนิโฟลด์เป็นข้อมูลเชิงทอพอโลยีที่สนใจ เรบกราฟของแมนิโฟลด์  $M$  นี้ (รูปที่ 4 (ค.)) จะขึ้นอยู่กับฟังก์ชัน  $f$  ที่สามารถนิยามได้ว่าเป็นปริภูมิผลหารของ  $M \times R$  และจะกำหนดใช้สัญลักษณ์  $\sim$  แทนความสัมพันธ์ของการสมมูลกัน เมื่อ

$$(X_1, f(X_1)) \sim (X_2, f(X_2))$$

โดยที่

$$f(X_1) = f(X_2)$$

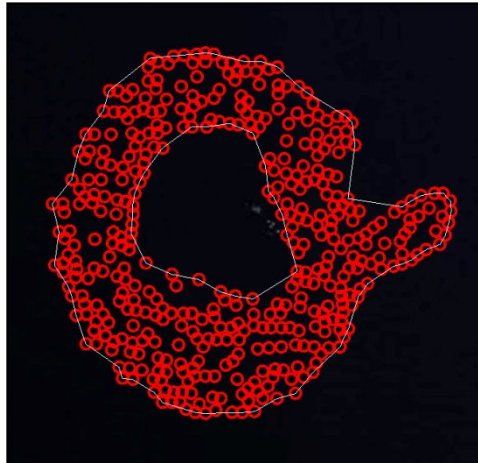
$X_1, X_2$  เป็นส่วนประกอบของการเชื่อมต่อเดียวกันของ  $f^{-1}(f(X_1))$  และเรบกราฟสามารถแทนค่าของข้อมูล  $(X_1, f(X_1))$  และ  $(X_2, f(X_2))$  ด้วยจุดๆเดียวเมื่อ  $f(X_1) = f(X_2)$  และ  $X_1, X_2$  เป็นส่วนประกอบของการเชื่อมต่อเดียวกัน (รูปที่ 4 (ข.))

## V. วิธีการดำเนินงานวิจัย

งานวิจัยประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอนดังนี้ 1. การหารูปร่างกลุ่มคน 2. การสร้างเรบกราฟ 3. การกำหนดตัวแทนและตัวตามของกลุ่ม 4. การลบตัวแทนกลุ่มที่ไม่จำเป็น 5. การเคลื่อนที่ของกลุ่มคนโดยใช้กราฟ

## 5.1 การหารูปร่างกลุ่มคน

การหารูปร่างของกลุ่มคนเป็นการกำหนดลักษณะของกลุ่มจุดหรือกลุ่มของตัวตนจำลองโดยใช้วิธีการหารูปร่างแบบอัลฟา (Alpha shape) ซึ่งวิธีการหารูปร่างแบบอัลฟานี้มีข้อดีกว่าวิธีการหารูปร่างของกลุ่มคนแบบอื่น คือ สามารถหาเส้นขอบที่อยู่ภายในของกลุ่มจุดได้ ซึ่งเส้นขอบที่ได้สามารถเป็นได้ทั้งเส้นขอบแบบนูน (Convex hull) และเส้นขอบแบบเว้า (Concave hull)



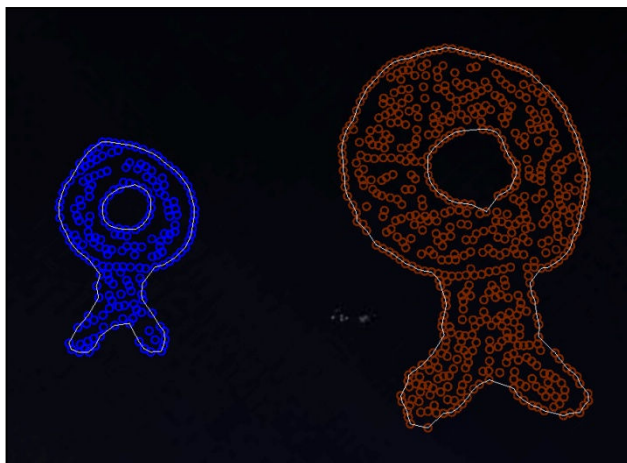
รูปที่ 5

การหารูปร่างของกลุ่มคน

ในการหารูปร่างของกลุ่มคน ผู้ใช้จำเป็นต้องจะทำการปรับค่าอัลฟาให้เหมาะสมกับลักษณะของกลุ่มคนด้วยตัวเอง เนื่องจากการหารูปร่างของกลุ่มคนที่เหมาะสมแบบอัตโนมัตินั้นเป็นไปได้ยาก และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องที่สุด เพราะฉะนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องถูกสร้างโดยผู้ใช้

## 5.2 การสร้างเรขกรภาพ

การหาโครงสร้างจากรูปร่างของกลุ่มคนเป็นขั้นตอนในการแทนรูปร่างด้วยข้อมูลแบบกราฟ ซึ่งกราฟนี้สามารถอธิบายลักษณะโครงสร้างหรือลักษณะของกลุ่มของตัวตนจำลองได้ โดยจะใช้เรขกรภาพในการหาโครงสร้างจากรูปร่างของกลุ่มคน เรขกรภาพมีข้อดีคือเป็นกราฟที่สามารถอธิบายข้อมูลเชิงทอพอโลยีได้ดี หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือสามารถอธิบายรูปร่างของข้อมูลได้ ถึงแม้ว่ารูปร่างของข้อมูลจะถูกขยายไปมาเล็กน้อยเพียงใดก็ตาม ดังแสดงในรูปที่ 6 และรูปที่ 7



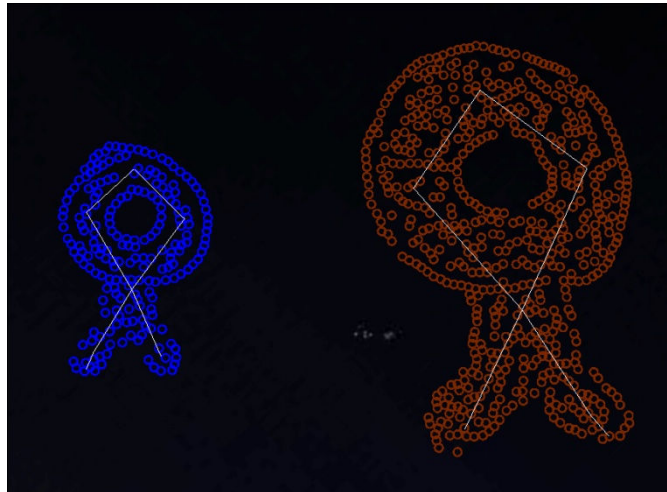
รูปที่ 6

รูปร่างของกลุ่มคนซึ่งมีขนาดต่างกัน โดยเส้นสีขาวคือเส้นขอบรูปร่างของกลุ่ม



## รูปที่ 7

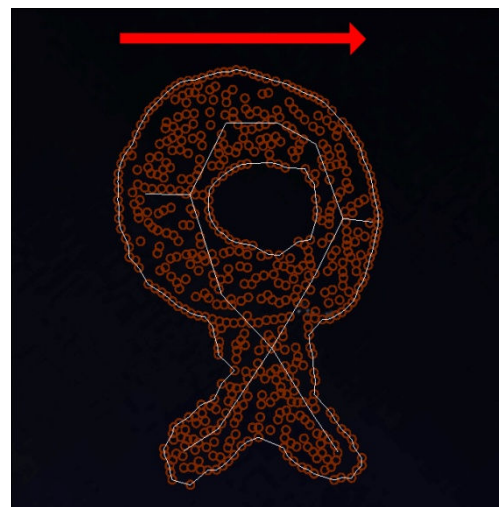
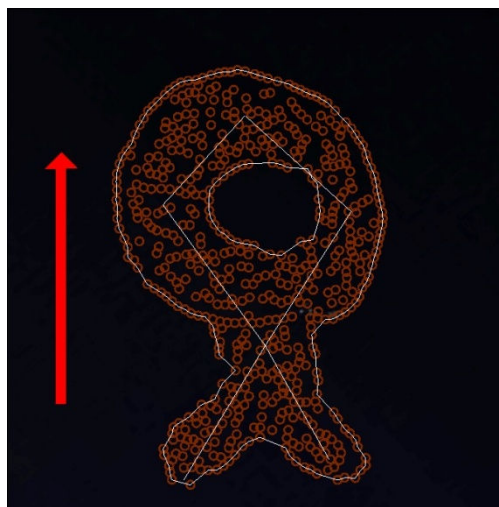
เรขกรภาพของกลุ่มคน  
สองกลุ่มที่มีขนาด  
ต่างกัน



จากรูปที่ 7 แสดงกราฟโครงสร้างของรูปร่างของกลุ่มคน โดยเรียกรูปนี้ว่าเรขกรภาพ และจะเห็นได้ว่าถึงแม้ขนาดรูปร่างของกลุ่มคนจะไม่เท่ากัน แต่ลักษณะของกราฟเหมือนกัน ซึ่งเป็นข้อดีของการใช้เรขกรภาพในการอธิบายข้อมูลเชิงทอพอโลยี แต่ว่าการสร้างเรขกรภาพแบบนี้จำเป็นต้องรู้ทิศทางในการหา ถ้าทิศทางในการหาไม่เหมือนกัน กราฟที่ได้ก็จะไม่เหมือนกัน ดังแสดงในรูปที่ 8 ซึ่งแบบจำลองนี้จะใช้ทิศทางการเคลื่อนที่เริ่มต้นของกลุ่มเป็นทิศทางในการคำนวณหาเรขกรภาพ

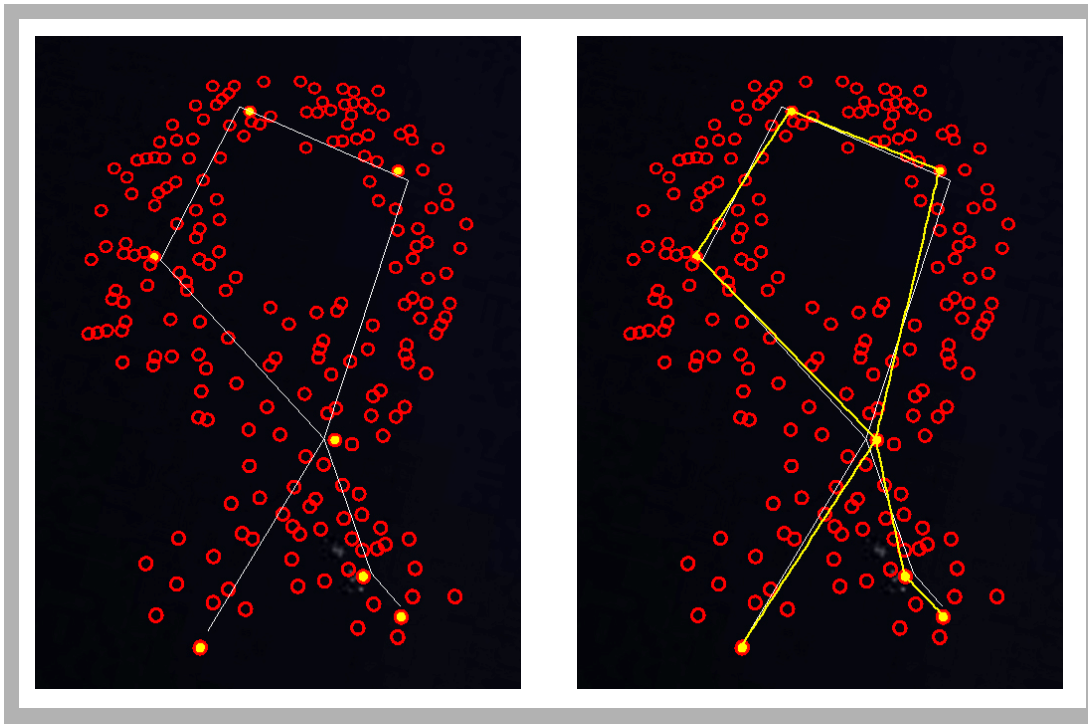
## รูปที่ 8

เรขกรภาพที่ถูกคำนวณ  
ในทิศทางที่ต่างกัน



### 5.3 การกำหนดตัวแทนกลุ่ม

การเลือกตัวแทนกลุ่มเป็นขั้นตอนในการนำโครงสร้างของรูปร่างของกลุ่มคนหรือเรขกรภาพที่ได้จากขั้นตอนการหาโครงสร้างของรูปร่างของกลุ่มคน มาเปลี่ยนให้เป็นความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกับตัวตนจำลองที่อยู่ในกลุ่ม โดยจุดยอดของเรขกรภาพจะถูกเปลี่ยนตำแหน่งไปยังตำแหน่งของตัวตนจำลองที่ใกล้ที่สุดและตัวตนจำลองตัวนั้นจะมีสถานะเป็นผู้นำกลุ่มหรือตัวแทนกลุ่ม ส่วนเส้นเชื่อมก็ยังคงเชื่อมจุดยอดของกราฟเช่นเดิม ดังรูปที่ 9 จุดสีเหลืองเป็นตัวแทนกลุ่มซึ่งอยู่ใกล้กับจุดยอดของเรขกรภาพ กราฟที่ถูกเปลี่ยนให้ไปอยู่ ณ ตำแหน่งของตัวตนจำลองจะเรียกว่าเป็นโครงสร้างของกลุ่มคน ซึ่งโครงสร้างของกลุ่มคนในขั้นตอนนี้ยังไม่เป็นโครงสร้างที่สมบูรณ์ ซึ่งจะต้องถูกปรับเปลี่ยนในขั้นตอนการปรับโครงสร้างให้เหมาะสม

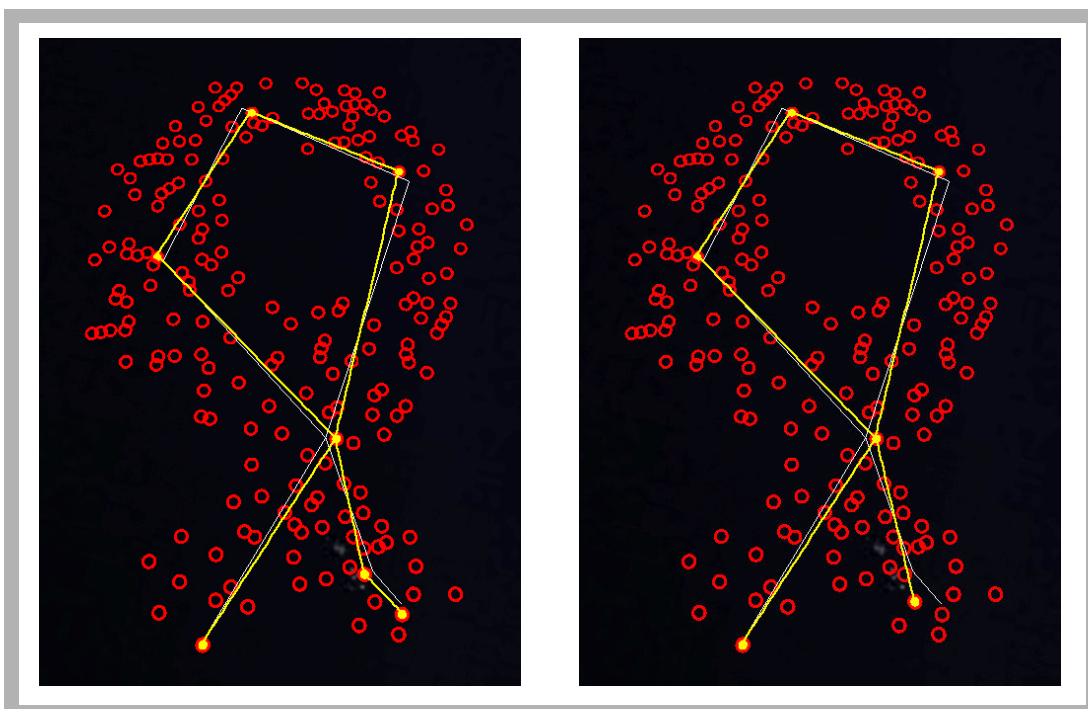


รูปที่ 9

การเลือกตัวแทนกลุ่ม

#### 5.4 การลบตัวแทนกลุ่มที่ไม่จำเป็น

โครงสร้างของกลุ่มคนจะถูกปรับก็ต่อเมื่อตัวแทนกลุ่มหรือจุดยอดของกราฟอยู่ใกล้กัน การปรับเปลี่ยนในลักษณะนี้ก็เพื่อลดความซ้ำซ้อนของข้อมูล เมื่อตัวแทนกลุ่มสองตัวที่เชื่อมด้วยเส้นเชื่อมเดียวกันอยู่ในตำแหน่งที่ใกล้กัน จะถูกยุบรวมให้อยู่ในตำแหน่งของตัวตนจำลองที่ใกล้กับตำแหน่งกึ่งกลางของเส้นเชื่อมนี้ ดังแสดงในรูปที่ 10



รูปที่ 10

การลบตัวแทนกลุ่มที่  
ไม่จำเป็น

## 5.5 การเคลื่อนที่ของกลุ่มคนโดยใช้กราฟ

กราฟโครงสร้างที่ได้จะถูกใช้ในการปรับลักษณะการเคลื่อนที่ โดยตัวแทนกลุ่มจะเคลื่อนที่อยู่ห่างกันในระยะความยาวหนึ่ง และตัวตามจะเคลื่อนที่ตามตัวแทนกลุ่มที่ใกล้ที่สุด นอกจากนั้นตัวตามยังเคลื่อนที่เข้าหาเส้นโครงสร้างของกลุ่มอีกด้วย โดยสมการการเคลื่อนที่จะเป็นดังนี้

|                        |   |
|------------------------|---|
| ให้ $F^{Obs}$          | เป็นแรงผลักดันของสิ่งกีดขวางที่กระทำกับตัวตนจำลอง         |
| $F^{Separate}$         | เป็นแรงผลักดันให้ตัวตนจำลองเคลื่อนที่ออกจากกลุ่ม          |
| $F^{Cohesion}$         | เป็นแรงดึงดูดให้ตัวตนจำลองเคลื่อนที่เข้าหากกลุ่ม          |
| $F^{Wander}$           | เป็นแรงที่ทำให้ตัวตนจำลองเคลื่อนที่แบบสุ่ม                |
| $F^{Path}$             | เป็นแรงดึงดูดให้ตัวตนจำลองเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดิน        |
| $F^{Leader\_Separate}$ | เป็นแรงผลักดันให้ตัวแทนกลุ่มเคลื่อนที่ออกจากกัน           |
| $F^{Follow\_Skel}$     | เป็นแรงดึงดูดให้ตัวตนจำลองเคลื่อนที่ตามเส้นโครงสร้างกลุ่ม |
| $F^{Follow\_Leader}$   | เป็นแรงที่ทำให้ตัวตนจำลองเคลื่อนที่ตามตัวแทนกลุ่ม         |

ถ้าตัวตนจำลองเป็นตัวตาม สมการการเคลื่อนที่จะเป็นดังนี้

$$F_{steer}^{follower} = w_{obs}F^{Obs} + w_{wander}F^{Wander} + w_{separate}F^{Separate} + w_{cohesion}F^{Cohesion} + w_{follow\_leader}F^{Follow\_Leader} + w_{follow\_skel}F^{Follow\_Skel} \quad (1)$$

ถ้าตัวตนจำลองเป็นตัวแทนกลุ่ม สมการการเคลื่อนที่จะเป็นดังนี้

$$F_{steer}^{leader} = w_{obs}F^{Obs} + w_{wander}F^{Wander} + w_{follow\_path}F^{Follow\_path} + w_{leader\_separation}F^{Leader\_Separate} \quad (2)$$

โดยที่  $W$  เป็นค่าน้ำหนักของแรงแต่ละแรง

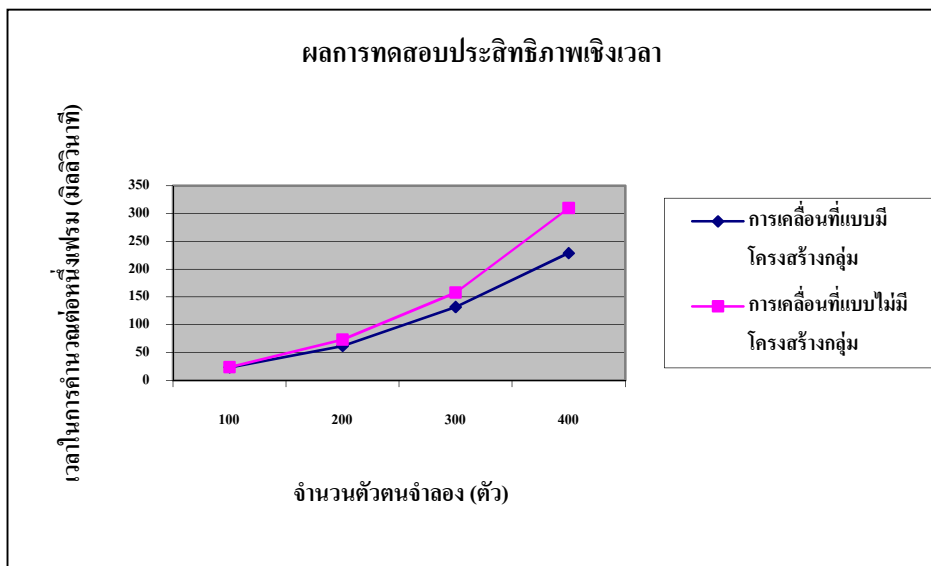
แรง  $F_{steer}^{follower}$  ในสมการ (1) และ  $F_{steer}^{leader}$  ในสมการ (2) เป็นแรงในการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ของผู้ตามและของตัวแทนกลุ่ม ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นได้ว่าแรงในการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ของตัวตามจะไม่มีพจน์ของแรงในการเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดิน ( $F^{Follow\_path}$ ) ซึ่งเป็นพจน์ที่ใช้เวลาในการคำนวณสูง จะมีเฉพาะตัวแทนกลุ่มเท่านั้น โดยในงานวิจัยอื่น ทุกตัวตนจำลองจะมีพจน์ของแรงดังกล่าวนี้ จึงเป็นสาเหตุให้ใช้เวลาในการคำนวณสูง นอกจากนั้นแล้วตัวตามจะมีพจน์ของแรงที่เคลื่อนที่ตามโครงสร้างกลุ่ม ( $F^{Follow\_Skel}$ ) ซึ่งจะเคลื่อนที่เข้าหาเส้นโครงสร้างที่ใกล้ที่สุด พจน์นี้จะทำให้การเคลื่อนที่ของกลุ่มพยายามรักษารูปปร่างตามเส้นโครงสร้างของกลุ่ม ในการเคลื่อนที่ของตัวแทนกลุ่มจะมีพจน์ของแรงในการรักษาระยะห่างระหว่างตัวแทนกลุ่ม ( $F^{Leader\_Separate}$ ) ซึ่งผู้ใช้สามารถกำหนดระยะห่างได้ ถ้าผู้ใช้กำหนดระยะห่างมาก ลักษณะการกระจายตัวของกลุ่มก็จะกว้างมากขึ้น ส่วนพจน์อื่น ๆ นั้นเป็นพจน์พื้นฐานที่มีอยู่ในการจำลองการเคลื่อนที่ของกลุ่มคน โดยในงานวิจัยนี้มีลักษณะเด่นโดยการเพิ่มพจน์ดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น

## VI. การทดลองและวิเคราะห์ผล

การทดลองและวิเคราะห์ผลของงานวิจัยนี้จะแบ่งออกเป็นสองด้าน คือ การทดสอบประสิทธิภาพเชิงเวลาและการทดสอบทางด้านพฤติกรรม

### 6.1 การทดสอบประสิทธิภาพเชิงเวลา

วิธีการทดสอบประสิทธิภาพเชิงเวลาในงานวิจัยนี้ จะเปรียบเทียบผลการทดลองระหว่างการจำลองการเคลื่อนไหวของกลุ่มคนที่ใช้แบบจำลองโครงสร้างกลุ่มคนแบบมีทอพอโลยีและการจำลองการเคลื่อนไหวของกลุ่มคนที่ไม่ใช้แบบจำลองโครงสร้างกลุ่มคนแบบมีทอพอโลยีซึ่งการจำลองการเคลื่อนไหวของกลุ่มคนที่ไม่ใช้แบบจำลองโครงสร้างกลุ่มคนแบบมีทอพอโลยีนี้เปรียบเสมือนกับตัวตนจำลองทุกตัวในกลุ่มเป็นตัวแทนกลุ่มทั้งหมดและไม่มีโครงสร้างกราฟหรือความสัมพันธ์ใดๆในกลุ่ม ทุกตัวตนจำลองในกลุ่มจะเคลื่อนที่ตามเส้นทางเดินของกลุ่มเท่านั้น ในการทดสอบจะวัดระยะเวลาในการคำนวณในแต่ละเฟรม โดยคำนึงถึงปัจจัยของจำนวนตัวตนจำลองในฉาก และดูผลการทดลองว่าขนาดของจำนวนตัวตนจำลองในฉากมีผลต่อระยะเวลาในการคำนวณในแต่ละเฟรมได้มากน้อยเพียงใด



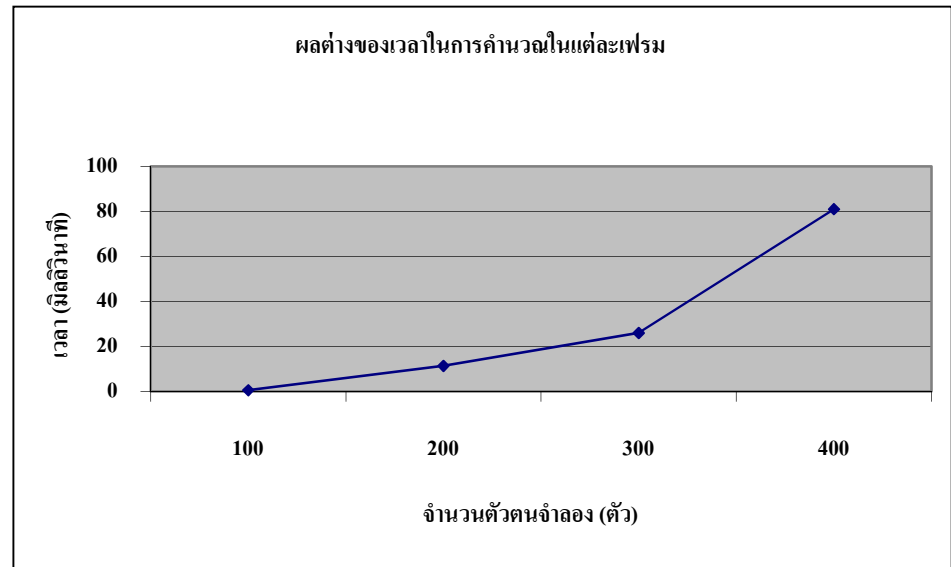
ตารางที่ 1.

ผลการทดสอบ  
ประสิทธิภาพเชิงเวลา

จากผลการทดสอบในตารางที่ 1 แสดงให้เห็นว่าในการทดสอบที่มีจำนวนตัวตนจำลองเท่ากัน ประสิทธิภาพเชิงเวลาของการจำลองการเคลื่อนไหวของกลุ่มคนที่ใช้แบบจำลองโครงสร้างกลุ่มคนแบบมีทอพอโลยีดีกว่าการจำลองการเคลื่อนไหวของกลุ่มคนที่ไม่ใช้แบบจำลองโครงสร้างกลุ่มคนแบบมีทอพอโลยีโดยการใช้แบบจำลองโครงสร้างกลุ่มคนแบบมีทอพอโลยีใช้เวลาในการคำนวณการเคลื่อนที่ในแต่ละเฟรมได้เร็วกว่าการจำลองที่ไม่ใช้แบบจำลองที่ได้นำเสนอซึ่งอัตราการเติบโตของความต่างกันในด้านเวลาเป็นฟังก์ชันเอ็กโปเนนเชียล ดังแสดงในตารางที่ 2

## ตารางที่ 2.

อัตราการใช้ของ  
ความต่างกันในด้าน  
เวลาการคำนวณ



## รูปที่ 11

การเคลื่อนที่ของกลุ่ม  
คนที่ใช้แบบจำลอง  
โครงสร้างของกลุ่ม  
แบบมีทอพอโลยี



## รูปที่ 12

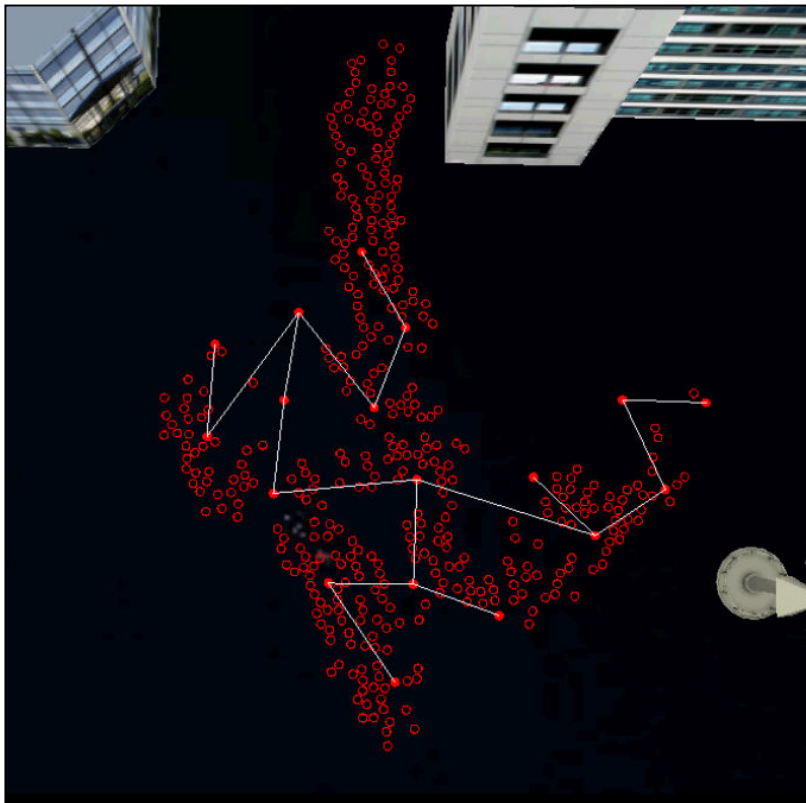
การเคลื่อนที่ของกลุ่ม  
คนที่ไม่ใช้แบบจำลอง  
โครงสร้างของกลุ่ม  
แบบมีทอพอโลยี





## 6.2 การทดสอบทางด้านพฤติกรรม

ในรูปที่ 11 จะเห็นได้ว่าการเคลื่อนที่เมื่อมีโครงสร้างของกลุ่มซึ่งได้นำเสนอในงานวิจัยนี้นั้น มีลักษณะการกระจายตัวของตัวตนจำลองในกลุ่ม ซึ่งเมื่อกลุ่มเจอสิ่งกีดขวาง กลุ่มคนที่ใช้แบบจำลองที่ได้นำเสนอจะมีพฤติกรรมในการหลบหลีกหรืออ้อมสิ่งกีดขวางดีกว่า โดยจากผลการทดลองของกลุ่มคนที่ไม่มีโครงสร้างของกลุ่มจะเคลื่อนที่เข้ามาชิดกันจนทำให้มีความหนาแน่นสูง ดังรูปที่ 12 จึงมีผลให้ตัวตนจำลองเข้าแถวเพื่ออ้อมเสา แต่การทดลองของกลุ่มคนที่มีโครงสร้างของกลุ่ม จะมีการกระจายตัวของตัวตนจำลองซึ่งเป็นผลมาจากพจน์การคำนวณของแรงที่ผลักเพื่อรักษาระยะห่างของตัวแทนกลุ่มและแรงที่ใช้เคลื่อนที่ตามโครงสร้างของกลุ่มซึ่งในงานวิจัยอื่นไม่มี จึงทำให้พฤติกรรมในการหลบหลีกหรืออ้อมสิ่งกีดขวางเป็นไปในทิศทางที่ดีกว่า สังเกตได้ว่าตัวตนจำลองที่อ้อมเสา ไม่ได้เป็นไปในลักษณะเข้าแถวเรียงต่อกัน แต่จะมีการกระจายตัวอยู่ด้วย



รูปที่ 13

การเคลื่อนที่ของกลุ่ม  
คนตามกราฟโครงสร้าง

นอกจากจะทดสอบการกระจายตัวแล้ว ยังได้ทดสอบการเคลื่อนที่โดยใช้กราฟโครงสร้าง ซึ่งจากรูปที่ 13 จะเห็นได้ว่า กลุ่มคนจะเคลื่อนที่ตามกราฟโครงสร้างโดยจะพยายามเคลื่อนที่ให้มีลักษณะคล้ายกราฟโครงสร้าง เมื่อกราฟโครงสร้างเปลี่ยนแปลง ลักษณะรูปร่างของกลุ่มคนก็จะเปลี่ยนไป

## VII. สรุปผลการวิจัย

การจำลองการเคลื่อนที่ของกลุ่มคนโดยใช้กราฟแทนรูปร่างลักษณะของกลุ่มหรือเรียกว่าแบบจำลองการเคลื่อนที่ของกลุ่มคนแบบมีทอพอโลยี สามารถลดการคำนวณการเคลื่อนที่ได้จริง อันเนื่องมาจากการคำนวณหาเส้นทางการเคลื่อนที่เฉพาะตัวแทนกลุ่มเท่านั้น การเคลื่อนที่ที่ใช้แบบจำลองที่ได้เสนอนี้ยังสามารถปรับการกระจายตัวของกลุ่มซึ่งทำให้กลุ่มสามารถเคลื่อนที่โดยไม่เกิดความแออัดกันของตัวตนจำลอง

นอกจากนี้การเคลื่อนที่ของกลุ่มคนสามารถเคลื่อนที่ตามลักษณะโครงสร้างหรือกราฟโครงสร้างของกลุ่มคนได้ ซึ่งผู้ใช้สามารถควบคุมลักษณะการเคลื่อนที่ผ่านทางกราฟโครงสร้างนี้

## VIII. ข้อเสนอแนะ

แบบจำลองที่ได้นำเสนอนี้สามารถควบคุมการเคลื่อนที่ของกลุ่มคนได้ในระดับหนึ่งโดยสามารถกำหนดระยะห่างระหว่างตัวแทนกลุ่มได้เท่านั้น ซึ่งข้อดีคือสามารถกำหนดการกระจายตัวของกลุ่มได้ แต่อย่างไร้สามารถควบคุมหรือกำหนดลักษณะรูปร่างของกราฟโครงสร้างนี้ได้ ว่าจะให้กราฟโครงสร้างนี้เคลื่อนที่ไปในลักษณะรูปร่างแบบใดเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าไร

## IX. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ (AS585A) ได้รับการสนับสนุนจาก โครงการส่งเสริมการวิจัยในอุดมศึกษาและการพัฒนามหาวิทยาลัยวิจัยแห่งชาติ ของสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา และทุนก้นตนาวิทยานิพนธ์ ปี พ.ศ. 2552

## บรรณานุกรม

- [1] N. Pelechano, J. Allbeck, and N. Badler, "Controlling individual agents in high-density crowd simulation," *Proceedings of the 2007 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*, Eurographics Association, p. 99-108. 2007.
- [2] J. van den Berg, S. Patil, J. Sewall, D. Manocha, and M. Lin, "Interactive navigation of multiple agents in crowded environments," *Proceedings of the 2008 symposium on Interactive 3D graphics and games - SI3D '08*, p. 139. 2008.
- [3] L. Luo, S.P. Zhou, W.T. Cai, M. Low, F. Tian, Y. Wang, X. Xiao, and D. Chen, "Agent-based human Behavior Modeling for Crowd Simulation," *Computer Animation And Virtual Worlds*, vol. 19, pp. 271-281. 2008.
- [4] T.-yen Li, Y.-jiun Jeng, and S.-i Chang, "Simulating virtual human crowds with a leader-follower model," *Proceedings Computer Animation 2001. Fourteenth Conference on Computer Animation (Cat. No.01TH8596)*, pp. 93-102. 2001.
- [5] C.W. Reynolds, "Steering behaviors for autonomous characters," *Game Developers Conference*. [http://www. red3d. com/cwr/steer/gdc99](http://www.red3d.com/cwr/steer/gdc99), Citeseer, 1999.
- [6] C.W. Reynolds, "Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model," *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, vol. 21, pp. 25-34. Aug. 1987.
- [7] J. Van den Berg, M. Lin, and D. Manocha, "Reciprocal velocity obstacles for real-time multi-agent navigation," *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*, IEEE, p. 1928-1935. 2008.
- [8] A. Lerner, Y. Chrysanthou, and D. Lischinski, "Crowds by example," *Computer Graphics Forum*, Wiley Online Library, p. 655-664. 2007.
- [9] A. Treuille, S. Cooper, and Z. Popović, "Continuum crowds," *ACM SIGGRAPH 2006 Papers*, ACM, p. 1160-1168. 2006.
- [10] R. Narain, A. Golas, S. Curtis, and M.C. Lin, "Aggregate dynamics for dense crowd simulation," *ACM Transactions on Graphics*, vol. 28, p. 1. Dec. 2009.
- [11] M.J. Park, "Guiding flows for controlling crowds," *The Visual Computer*, vol. 26, pp. 1383-1391. Jan. 2010.
- [12] J. Ondřej, J. Pettré, A.-H. Olivier, and S. Donikian, "A synthetic-vision based steering approach for crowd simulation," *ACM Transactions on Graphics*, vol. 29, p. 1. Jul. 2010.
- [13] I. Karamouzas, R. Geraerts, and M. Overmars, "Indicative routes for path planning and crowd simulation," *Proceedings of the 4th International Conference on Foundations of Digital Games - FDG '09*, p. 113. 2009.
- [14] M. Oshita and Y. Ogiwara, "Sketch-based interface for crowd animation," *Smart Graphics*, Springer, p. 253-262. 2009.
- [15] A. Sud, R. Gayle, E. Andersen, S. Guy, M. Lin, and D. Manocha, "Real-time navigation of independent agents using adaptive roadmaps," *Proceedings of the 2007 ACM symposium on Virtual reality software and technology - VRST '07*, p. 99. 2007.